

CdP

Cuadernos de Pedagogía

Jaime Martínez Montero
Concepción Sánchez Cortés
José Miguel de la Rosa Sánchez

Si quieres adquirir esta obra haz click aquí

Cálculo mental natural



III CUADERNOS DE PEDAGOGÍA

© Jaime Martínez Montero, Concepción Sánchez Cortés y José Miguel de la Rosa Sánchez, 2026
© ARANZADI LA LEY, S.A.U.

ARANZADI LA LEY, S.A.U.

C/ Collado Mediano, 9
28231 Las Rozas (Madrid)
www.aranzadilaley.es

Atención al cliente: <https://areacliente.aranzadilaley.es/publicaciones>

Primera edición: Mayo 2026

Depósito Legal: M-11178-2026

ISBN versión impresa: 978-84-9987-263-6

ISBN versión electrónica: 978-84-9987-264-3

Diseño, Preimpresión e Impresión: ARANZADI LA LEY, S.A.U.
Printed in Spain

© ARANZADI LA LEY, S.A.U. Todos los derechos reservados. A los efectos del art. 32 del Real Decreto Legislativo 1/1996, de 12 de abril, por el que se aprueba la Ley de Propiedad Intelectual, ARANZADI LA LEY, S.A.U., se opone expresamente a cualquier utilización del contenido de esta publicación sin su expresa autorización, lo cual incluye especialmente cualquier reproducción, modificación, registro, copia, explotación, distribución, comunicación, transmisión, envío, reutilización, publicación, tratamiento o cualquier otra utilización total o parcial en cualquier modo, medio o formato de esta publicación.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la Ley. Diríjase a **Cedro** (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

El editor y los autores no asumirán ningún tipo de responsabilidad que pueda derivarse frente a terceros como consecuencia de la utilización total o parcial de cualquier modo y en cualquier medio o formato de esta publicación (reproducción, modificación, registro, copia, explotación, distribución, comunicación pública, transformación, publicación, reutilización, etc.) que no haya sido expresa y previamente autorizada.

El editor y los autores no aceptarán responsabilidades por las posibles consecuencias ocasionadas a las personas naturales o jurídicas que actúen o dejen de actuar como resultado de alguna información contenida en esta publicación.

ARANZADI LA LEY no será responsable de las opiniones vertidas por los autores de los contenidos, así como en foros, chats, u cualesquiera otras herramientas de participación. Igualmente, ARANZADI LA LEY se exime de las posibles vulneraciones de derechos de propiedad intelectual y que sean imputables a dichos autores.

ARANZADI LA LEY queda eximida de cualquier responsabilidad por los daños y perjuicios de toda naturaleza que puedan deberse a la falta de veracidad, exactitud, exhaustividad y/o actualidad de los contenidos transmitidos, difundidos, almacenados, puestos a disposición o recibidos, obtenidos o a los que se haya accedido a través de sus PRODUCTOS. Ni tampoco por los Contenidos prestados u ofertados por terceras personas o entidades.

ARANZADI LA LEY se reserva el derecho de eliminación de aquellos contenidos que resulten inveraces, inexactos y contrarios a la ley, la moral, el orden público y las buenas costumbres.

Nota de la Editorial: El texto de las resoluciones judiciales contenido en las publicaciones y productos de **ARANZADI LA LEY, S.A.U.**, es suministrado por el Centro de Documentación Judicial del Consejo General del Poder Judicial (Cendoj), excepto aquellas que puntualmente nos han sido proporcionadas por parte de los gabinetes de comunicación de los órganos judiciales colegiados. El Cendoj es el único organismo legalmente facultado para la recopilación de dichas resoluciones. El tratamiento de los datos de carácter personal contenidos en dichas resoluciones es realizado directamente por el citado organismo, desde julio de 2003, con sus propios criterios en cumplimiento de la normativa vigente sobre el particular, siendo por tanto de su exclusiva responsabilidad cualquier error o incidencia en esta materia.

Si quieres adquirir esta obra haz click aquí



Índice

Prólogo	19
Referencias y ayudas	25
1. LIBROS TÉCNICOS.....	25
2. LIBROS Y MATERIAL ESCOLAR.....	27
2.1. Educación infantil	27
2.2. Educación primaria.....	27
3. ARTÍCULOS PUBLICADOS EN REVISTAS CIENTÍFICAS SOBRE RESULTADOS DEL ABN O QUE TIENEN ESTRECHA RELACIÓN CON ESTE MÉTODO	28
4. AYUDAS EN LA WEB	35
4.1. Sitios básicos	35
4.2. Principales canales con vídeos.....	36
4.3. Webs con ayudas, enlaces, materiales.....	40
4.4. Actividades para trabajar digitalmente	41

Capítulo I

Cálculo tradicional, cálculo mental y cálculo mental natural	43
1. INTRODUCCIÓN. CÁLCULO MENTAL..., ¿NATURAL?.....	43
2. EL CÁLCULO MENTAL TRADICIONAL. ALGUNOS EJEMPLOS.....	46
2.1. Educación primaria.....	46
2.2. Educación secundaria obligatoria.....	48
3. EL CÁLCULO MENTAL.....	49
3.1. Los precedentes. La Estenoritmia	49
3.2. El cálculo mental. Una visión amplia.....	50

Capítulo II

La mejora del cálculo mental desde el cálculo tradicional	57
1. ¿SE PUEDE HACER ALGO PARA QUE LOS ALUMNOS DEL CÁLCULO TRADICIONAL (CT) MEJOREN NOTABLEMENTE SU RENDIMIENTO EN CÁLCULO MENTAL (CM)?	57



2.	SABER CONTAR CON SOLTURA.....	58
2.1.	Contar con soltura hacia adelante en los números altos (a partir del 500 o del 1000).....	58
2.2.	Contar con soltura hacia atrás dentro de las mismas cadenas numéricas en las que se sabe contar hacia adelante.....	60
3.	SABER PARTIR O DESCOMPONER LOS NÚMEROS.....	61
3.1.	Particiones y descomposiciones.....	61
4.	SABER EXTENDER LAS TABLAS DE SUMAR Y MULTIPLICAR A TODOS LOS ÓRDENES DE MAGNITUD.....	63
4.1.	Extensiones de las tablas.....	63
5.	OPERAR DE IZQUIERDA A DERECHA EN LUGAR DE DERECHA A IZQUIERDA.....	65
5.1.	«¿Izquierda-derecha o derecha-izquierda?».....	65
5.2.	Con la suma o adición.....	67
5.3.	Con la resta o sustracción.....	69
5.3.1.	El caso de «las llevadas».....	69
5.4.	Adaptación de los cálculos antiguos al cálculo mental: ¿Qué se hace cuando la operación se realiza con lápiz y papel? ...	72
6.	SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO II.....	75

Capítulo III

Cálculo mental y sistema de numeración.....	79
1. INTRODUCCIÓN.....	79
2. VIRTUALIDADES DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN.....	80
2.1. Las ayudas de las sucesiones numéricas para el cálculo mental.....	82
2.1.1. Diferencias entre pares e impares en una sucesión de números.....	82
2.1.2. ¿Cuánto suman los números que forman una determinada sucesión?.....	83
2.1.3. Evidencias y conveniencias.....	86
2.2. Lo que nos enseñan los alumnos ABN de Infantil.....	86
2.2.1. El planteamiento.....	86
2.2.2. Las enseñanzas.....	88
3. ¿CÁLCULO MENTAL O MAGIA?.....	89



4.	SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO III.....	91
----	------------------------------------	----

Capítulo IV

	Los amigos del diez y todo lo que traen consigo.....	93
1.	INTRODUCCIÓN.....	93
2.	LOS AMIGOS DEL DIEZ	94
2.1.	De dónde salen y cuántos son los amigos del 10.....	94
2.2.	Los amigos del 10 y la resolución de problemas.....	95
3.	LOS AMIGOS DEL 100.....	96
3.1.	Extensión a las decenas exactas.....	96
3.2.	Los amigos del 100 con decenas inexactas	97
3.2.1.	Los amigos del 100 dentro de la novena decena	98
3.2.2.	Generalización de los amigos del 100 con las de- cenas incompletas.....	98
4.	LOS AMIGOS DEL 1000	99
5.	AMIGOS POR TODAS PARTES	101
5.1.	A partir de los amigos del 100 y del 1000	101
5.2.	Todos somos amigos	101
6.	¿QUÉ OCURRE EN LAS AULAS?.....	103
7.	SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO IV.....	106

Capítulo V

	Estructuras aditivas (I). Los comienzos.....	109
1.	INTRODUCCIÓN.....	109
2.	LA TABLA DE SUMAR... Y DE RESTAR.....	111
2.1.	La tabla de sumar en cuatro fases.....	111
2.2.	La práctica de la tabla de sumar y aspectos importantes a tener en cuenta.....	114
2.2.1.	La extensión de la tabla a los órdenes de magnitud.	114
2.2.2.	La progresión en la extensión de la tabla a todos los órdenes de magnitud de manera simultánea.	115
2.3.	¿Y la tabla de restar?.....	117
2.3.1.	Sumar y restar. Dos caras de la misma estructura	117
2.3.2.	La extensión de las tablas de restar a los distin- tos órdenes de magnitud	118



3.	REDONDEOS Y/O REAJUSTE DE LOS TÉRMINOS	121
3.1.	Redondeos, reajustes y particiones	121
3.2.	Reajustes y particiones en el caso de la suma	122
3.2.1.	Reajustes	122
3.2.2.	Particiones	123
3.3.	Redondeos y reajustes en el caso de la sustracción	123
3.3.1.	Redondeos	123
3.3.2.	Particiones	124
4.	LOS CRECIENTES. UNA TÉCNICA MUY EMPLEADA EN EL ABN Y QUE SE PUEDE UTILIZAR CON TODO TIPO DE ALUMNOS	125
4.1.	Crecientes de la suma	125
4.2.	Crecientes de la resta	127
5.	SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO V	129

Capítulo VI

Estructuras aditivas (II). Técnicas avanzadas y resolución de problemas		133
1.	PATRONES Y REFERENCIAS EN LAS OPERACIONES DE ESTRUCTURA ADITIVA	133
1.1.	Patrones	133
1.2.	Referencias	138
2.	SUMAS Y RESTAS CON MÁS DE DOS TÉRMINOS	141
2.1.	Sumas	141
2.2.	Restas con más de dos términos	143
3.	LOS PROBLEMAS DE SUMAR Y RESTAR Y EL CÁLCULO MENTAL	145
3.1.	Problemas de sumar para el cálculo mental	146
3.1.1.	Problemas sencillos	146
3.1.2.	Problema de dificultad media	146
3.1.3.	Problemas difíciles	146
3.2.	Problemas de restar para el cálculo mental	147
3.2.1.	Problemas fáciles	147
3.2.2.	Problemas de dificultad media	147
3.2.3.	Problemas difíciles	148
4.	SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO VI	148



Capítulo VII

Las estructuras multiplicativas (I). El producto o multiplicación.....	151
1. INTRODUCCIÓN.....	151
2. LA TABLA DE MULTIPLICAR	152
2.1. El aprendizaje de la tabla.....	152
2.2. La extensión de la tabla de multiplicar	155
2.2.1. Extensión a los órdenes de magnitud.....	155
2.2.2. Extensión a los números de dos, tres y cuatro cifras	157
2.3. Los crecientes. La unión de las tablas y los cálculos.....	162
2.4. Los patrones. La extensión de las tablas extendidas.....	164
3. OTROS PRODUCTOS SENCILLOS.....	167
3.1. Los dobles (y sus mitades).....	167
3.2. Productos por 5.....	170
4. APLICACIÓN DE LAS PROPIEDADES DEL PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN PARA LA MEJORA DEL CÁLCULO MENTAL.....	170
4.1. La propiedad asociativa.....	170
4.1.1. El producto de números que estén relacionados con el número 10	170
4.2. La propiedad distributiva respecto a los factores del producto.....	173
4.2.1. Redondeo	173
4.2.2. Producto de dos factores cercanos a 100.....	175
4.2.3. Producto de dos factores cercanos a 1000.....	176
4.2.4. Producto de un factor que se acerca a 1000 y el otro factor a 100	177
4.2.5. Producto de un factor que se acerca a 1000 y el otro factor a 10	178
6. SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO VII.....	179

Capítulo VIII

Las estructuras multiplicativas (II). La división.....	183
1. INTRODUCCIÓN.....	183
2. ¿EXISTE LA TABLA DE DIVIDIR?	184
2.1. La tabla y sus variaciones	184
2.2. Extensiones de las tablas de dividir.....	185



2.3.	Los patrones en la división.....	187
2.4.	Los crecientes en la división.....	191
3.	LAS DIVISIONES MÁS SENCILLAS.....	193
3.1.	El cálculo de mitades.....	193
3.2.	Los dividendos fáciles.....	195
3.3.	La división cuando el divisor es cinco.....	195
4.	EL REDONDEO O LA APLICACIÓN DE LA PROPIEDAD DISTRIBU- TIVA DEL DIVIDENDO RESPECTO A LA SUMA.....	199
5.	LOS PROBLEMAS DE MULTIPLICAR Y DIVIDIR.....	202
5.1.	Tipos de productos.....	202
5.2.	Los problemas de multiplicar y dividir. Su conexión.....	204
6.	SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO VIII.....	206

Capítulo IX

El cálculo mental y las escalas de referencia (I). Divisiones y proporcionali- dad.....	211
1. INTRODUCCIÓN.....	211
2. ESCALAS PARA LA DIVISIÓN CON DIVISOR DE DOS CIFRAS.....	213
2.1. La escala extendida.....	213
2.2. La escala generada.....	214
2.3. La escala reducida.....	216
2.4. ¡Y sin escala!.....	217
3. LAS ESCALAS DE PROPORCIONALIDAD.....	219
3.1. Introducción.....	219
3.2. Las escalas en los porcentajes.....	219
3.3. Un caso particular. El IVA.....	224
3.4. Final del proceso: rapidez y habilidad.....	225
4. SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO IX.....	227

Capítulo X

El cálculo mental y las escalas de referencia (II). Potencias y raíces.....	229
1. INTRODUCCIÓN.....	229
2. LAS ESCALAS PARA CUADRADOS Y RAÍCES CUADRADAS.....	230
3. EL PASO DE UN CUADRADO A OTROS MAYORES. Y VICEVERSA..	234
3.1. De un cuadrado a otro mayor.....	234

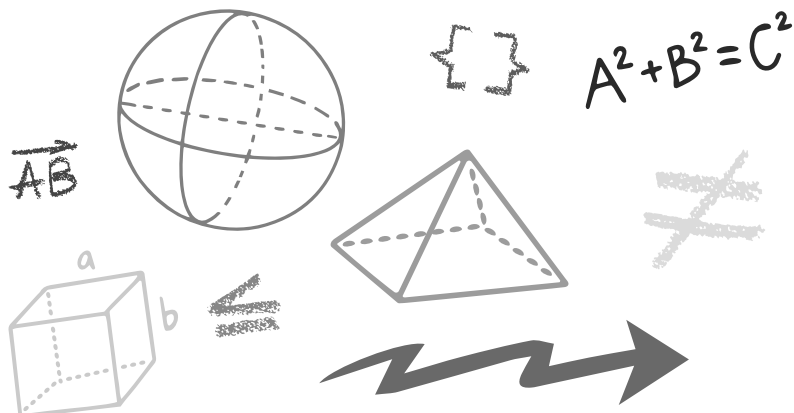


3.2.	De un cuadrado mayor a otro menor.....	235
3.3.	Del dominio de los cuadrados.....	236
4.	RAÍCES CUADRADAS EXACTAS	237
5.	RAÍCES CUADRADAS INEXACTAS.....	239
6.	SOLUCIONARIO DEL CAPÍTULO X.....	244





Enlaces a los vídeos mencionados en las notas a pie de página



Capítulo VII

Las estructuras multiplicativas (I). El producto o multiplicación

1. Introducción

Las estructuras multiplicativas presentan grandes oportunidades para resumir muchas de sus operaciones en técnicas de cálculo mental. Estas técnicas requieren de más elaboración que las empleadas en las estructuras aditivas, pero a cambio suponen un notable ahorro de tiempo y una forma de ampliar el conocimiento profundo de las mismas. En el presente capítulo nos ocuparemos exclusivamente del producto o multiplicación, al que dedicaremos tres grandes apartados.

El primero de ellos será sobre el aprendizaje de la tabla de multiplicar. Junto con las llevadas en la resta, la memorización de la tabla de multiplicar es el gran coco, la terrible tarea por la que no queda más remedio que pasar en 2.º o 3.º de Primaria. Plantearemos en este apartado un procedimiento muy antiguo, pero que permite un aprendizaje natural y temprano de alguna de las propiedades del producto. Una vez aprendida esta tabla, se amplía el campo de aplicación de la misma. ¿Por qué se va a detener el aprendizaje en el orden de magnitud de las unidades? En ABN se extiende esta tabla no solo a las unidades, sino también a los restantes órdenes de magnitud: decenas, centenas, millares, décimas, etc.

Pero la explotación de las tablas de multiplicar no se queda ahí, sino que se trabajan en técnicas que faciliten el cálculo mental de los productos en los que el multiplicando tiene tres o cuatro cifras. Es lo que en ABN se llama «Crecientes». Y también



con la generalización en el uso de «Referencias» y «Patrones». Este último epígrafe es interesante porque supone la extensión de las tablas extendidas.

En otro apartado nos ocupamos de productos muy frecuentes y que a la vez son sencillos de resolver mentalmente: los dobles y mitades (estas últimas se tratarán en el capítulo siguiente) y los productos por 5.

El apartado final es el más complejo y más extenso. Se trata de establecer cómo la aplicación de las propiedades asociativa y distributiva (respecto a la suma) del producto permiten simplificar la realización de estas operaciones y facilitar su resolución mentalmente. En el caso de la propiedad asociativa se estudian tres casos. En la aplicación de la propiedad distributiva del producto respecto a la suma se trabajan cinco casos más. Con ellos cerramos el capítulo⁵¹.

2. La tabla de multiplicar

2.1. El aprendizaje de la tabla

En el cálculo tradicional hay, sin ninguna duda, dos grandes «cocos», que provocan terror en los alumnos y en sus familias: las llevadas en la resta y el aprendizaje de la tabla de multiplicar. Serían como dos de los trabajos de Hércules. A día de hoy incluso se llega a cuestionar el aprendizaje de la tabla de multiplicar, por innecesario. En los tiempos del uso de las calculadoras, los programas informáticos o, por no seguir citando, la IA, el aprendizaje memorístico de decenas de productos puede parecer algo absurdo, o el tributo a un pasado que ya ha perdido la vigencia.

Nosotros queremos dejar claro que consideramos imprescindible el absoluto dominio de la tabla de multiplicar... si es que se quiere tener un mínimo dominio del cálculo mental necesario para trabajar las estructuras multiplicativas. La tabla es una base de datos importantísima, imprescindible, de general aplicación. Diríamos más: no es que la tabla de multiplicar no haya que trabajarla, es que lo preciso es ampliar su rango a números mayores y, así, conseguir el dominio de las tablas extendidas. El cálculo mental natural con las operaciones multiplicativas requiere de un soporte firme, de un pilar bien asentado, y este no es más que el absoluto dominio (la repetición es intencionada) de las tablas de multiplicar.

En trabajos anteriores⁵² nos hemos ocupado con extensión sobre el aprendizaje de la tabla de multiplicar y su didáctica. Aquí solo nos ceñiremos a los aspectos más





51 Los problemas de multiplicar y dividir se tratarán al final del capítulo siguiente.

52 Martínez Montero, J. (2023). *Enseñar matemáticas a alumnos con NEE*. 4.ª edición. Madrid: La Ley. Cuadernos de Pedagogía. Pág. 266.

Martínez Montero, J., y Sánchez Cortés, C. (2021). *¿Por qué los escolares fracasan en Matemáticas?* Madrid: Wolters Kluwert. Pág. 209.



importantes de la misma, una vez que hemos establecido su necesidad para el adecuado desarrollo del cálculo mental natural. Sucintamente, recordamos:

-  Los alumnos han de practicar las destrezas del conteo de dos en dos, de tres en tres y de cinco en cinco, con el fin de conseguir una matriz de apoyo en los aprendizajes de las tablas del 2, del 3 y del 5.
-  Se debe aplicar la propiedad conmutativa, de manera tal que el número de combinaciones a memorizar se reduzca a la mitad. Si se sabe el producto de 2 por 8, se sabe el producto de 8 por 2, etc.
-  En los productos más difíciles (tablas del 6 al 9), se debe emplear la propiedad distributiva del producto respecto a la suma, con el fin de reducir la dificultad de los mismos.
-  Como último recurso, se puede recurrir al empleo de cálculos que ya conocen y aplican: saber hallar el doble y la mitad, un producto olvidado del 4 se puede conseguir doblando el correspondiente de la tabla del 2, los productos del 5 se pueden obtener hallando la mitad de los correspondientes productos del 10.

El resumen de todo lo anterior es que los niños han de aprender:

Tabla del 2. Productos 2×2 , 2×3 , 2×4 , 2×5 , 2×6 , 2×7 , 2×8 y 2×9 . Ocho productos en total, que, claro, son los dobles de los números dígitos.

Tabla del 3. Productos 3×3 , 3×4 , 3×5 , 3×6 , 3×7 , 3×8 y 3×9 . Son siete productos, que acumulados a los anteriores hacen un total de 15.

Tabla del 4. Productos 4×4 , 4×5 , 4×6 , 4×7 , 4×8 y 4×9 . Son seis productos, que acumulados a los anteriores hacen un total de 21.

Tabla del 5. Productos 5×5 , 5×6 , 5×7 , 5×8 y 5×9 . Son cinco productos, que acumulados a los anteriores hacen un total de 26.

El aprendizaje de 26 productos sencillos no es precisamente una tarea que desborde las capacidades de los niños. Pero, ¿y los productos de las tablas del 6, del 7, del 8 y del 9? Solo se han de aprender 10 productos, que son:

Tabla del 9. Productos 9×9 , 9×8 , 9×7 y 9×6 . En total, cuatro productos.

Tabla del 8. Productos 8×8 , 8×7 y 8×6 . Son tres productos, que acumulados a los anteriores hacen un total de 7.

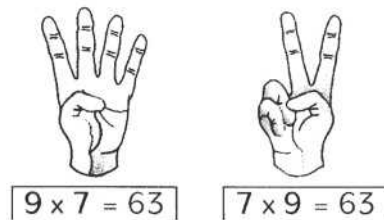


Tabla del 7. Productos 7×7 y 7×6 . Son dos productos, que acumulados a los anteriores hacen un total de 9.

Tabla del 6. Queda el producto 6×6 , que acumulado a los anteriores hacen un total de 10.

¿Cómo se trabajan estos productos? Como decíamos en un trabajo anterior⁵³, «Son los que más miedo despiertan. Sin embargo, aplicando la propiedad conmutativa, quedan muy pocos productos a obtener. Son: cuatro de la tabla del 9 (por 9, 8, 7 y 6), tres de la tabla del 8 (por 8, 7 y 6), dos de la tabla del 7 (por 7 y por 6), y uno de la tabla del 6 (por 6).

Todos estos productos se aprenden casi de manera instantánea utilizando un viejo procedimiento que se utilizaba en muchas aldeas hace más de quinientos años, y que da cuenta de ello Mueller⁵⁴:



Cada una de las manos es un factor. Un dedo extendido (y los cuatro restantes plegados o doblados) es el número 6, dos extendidos expresan el número 7, tres extendidos expresan el número 8, y, finalmente, 4 extendidos expresan el número 9. Escritos ambos números con la mano (en la imagen de la izquierda se ejemplifica el producto de 7×9 o de 9×7) se procede a buscar las dos cifras de que consta el producto: la de las unidades es el producto de los dedos doblados o sin extender, mientras que la suma de los dedos extendidos origina la cifra de las decenas.

En el ejemplo se ve claro: el producto de 1 por 3 (dedos doblados, respectivamente, en ambas manos) es 3, cuyo resultado compone la cifra de las unidades; la suma de los dedos extendidos (4 y 2) origina la cifra de las decenas, que es 6. En efecto, 63 es el resultado de multiplicar nueve por siete. En los productos de 6×6 y de 6×7 , el resultado de multiplicar los dedos doblados rebasa la decena, por lo que hay que añadir 1 a la suma de los dedos extendidos. En el vídeo que sigue⁵⁵, se muestra la sencillez con la que la alumna aplica este procedimiento.

53 Martínez Montero, J., y Sánchez Cortés, C. (2025). *El método ABN frente al método de cálculo tradicional*. Madrid: Wolters Kluwert. Págs. 268-269.

54 Mueller, F.J. (1971). *Las nuevas matemáticas en la Educación General Básica*. Madrid: Paraninfo. Págs. 77 y 78.

55 Colegio «Los Pinos» de Algeciras (Cádiz). 2.º de Primaria. Curso 2020-2021. https://youtu.be/JphRDcl_778?si=c-OWpxjzOeLsfng





Lo anterior no es más que la aplicación de la propiedad distributiva del producto respecto a la suma. En el ejemplo que se ha citado, si 7 se multiplicara por 10 serían 70. Al ser por 9 quedan 63. Más adelante nos ocuparemos de la aplicación de esta propiedad al cálculo mental del producto.»

Practicamos

Apartado 2.1. Usar la técnica de dedos extendidos (decenas) y doblados (unidades).

- Calcula 7×8 usando el método: ¿Cuántos dedos extiendes y cuántos doblas?
- Resuelve 9×6 : ¿Cuál es la suma de dedos extendidos y el producto de los doblados?
- Calcula 8×8 siguiendo los pasos del método manual.
- Resuelve 7×7 indicando la cifra de las decenas y la de las unidades obtenidas.
- Calcula 9×7 : ¿Cuántos dedos quedan doblados en cada mano?

Una tabla muy sencilla de incorporar y aprender es la tabla del 11. Prácticamente se aprende sola. Se puede hacer una experiencia: el docente les dice a los niños que va a recitar una tabla nueva: la del once. Y si ellos se atreven, cuando crean que se la sepan, se pueden incorporar al recitado. Comienza el docente: 11×1 es 11, 11×2 es 22, 11×3 es 33... ¿Qué ocurre? Que como muy tarde a partir del 11×5 toda la clase está recitando la tabla.

¿Y la tabla del 12? En ABN no recomendamos nada concreto. Hay docentes que la incorporan y hay otros que no. Una vez dominadas las tablas, se trabajan las correspondientes a los números de dos cifras, esto es, las que van del 12 al 99. Cuando dan ese salto, las tablas de la segunda decena (11, 12, 13 etc.) son sencillas de elaborar, sin necesidad de memorización previa, como veremos más adelante.

2.2. La extensión de la tabla de multiplicar

2.2.1. Extensión a los órdenes de magnitud

Uno de los misterios sin aclarar del cálculo tradicional es el motivo por el que, aprendidas las tablas, no se generalizan estas a todos los órdenes de magnitud. Si



yo sé que 3×2 son 6, sé también el resultado cuando los factores sean decenas, centenas, décimas, etc. Dicho de forma general, conforme el alumno avance en su conocimiento de los órdenes de magnitud, ha de incorporar su conocimiento de las tablas a estos órdenes. Hemos podido comprobar, con miles de alumnos, que esto es tremendamente sencillo y que produce una mejora importante en el cálculo mental. Lo que defendemos aquí va más allá: no se trata solo de la tabla de multiplicar, sino de las sumas, restas (como ya indicamos en capítulos anteriores) y divisiones.

Esta ampliación afecta también a los órdenes de magnitud inferiores a la unidad. Con esta simple aplicación se entiende el mecanismo de los productos con decimales, sin necesidad de basar los mismos en los ajustes de las comas.

Veamos ejemplos de lo anterior:

Decenas. La aplicación de las tablas a este OM es automática, sin problemas. Si no se han trabajado las centenas, el trabajo con las tablas de la decena puede ser otra vía de introducción de la misma. En la tabla del 50, $50 \times 2 = 100$ ya alcanza la centena, si bien, como en los casos siguientes, su lectura puede ser directamente de 100, o de 10 decenas, que son 100 unidades. A partir de ahí (50×6 , 50×7 , 50×8 y 50×9) se practica la misma técnica. En cualquier caso, para acometer estas nuevas tablas se han de dominar las correspondientes a las unidades, y si alguna de ellas ofrece dificultad, el niño se podrá apoyar y tener a la vista la tabla de las unidades.

Insistimos finalmente. No se trata de que se aprendan de memoria las nuevas tablas. Se trata de que aprendan a pasar y apliquen con rapidez desde la tabla de las unidades a la de las decenas, o, dicho de otra forma, que, a partir de las tablas de las unidades, generen las tablas de las decenas.

Centenas. Lo que se ha dicho de las decenas respecto a las unidades, se puede decir aquí también de la relación entre las centenas y los millares. No insistimos más en esta cuestión. Lo que sí interesa es practicar los productos de las centenas mayores (700, 800, etc.), pues se obtienen productos que son números muy elevados y que los alumnos no conocen bien.

Unidades de millar. Dominado el cálculo con las centenas, se produce una generalización a los millares y a órdenes de magnitud aún mayores. Es una característica del sistema de numeración: su periodicidad. De las unidades, decenas y centenas, se pasa a las unidades... de millar, a las decenas de millar, etc. Todo ello con una terminología que ya se conoce y que solo necesita añadir mil o, por orden de magnitud, de millar.

Décimas. Si 7 unidades por 8 es igual a 56 unidades, 7 décimas por 8 es igual a 56 décimas, o lo que es lo mismo, 5,6. No se exige ninguna destreza nueva, sino la aplicación a las décimas de los que ya se sabe en los órdenes de magnitud superiores. Ejercicios como los de las tablas siguientes clarifican mucho las cosas:



Producto	cc	dd	UU	DD	CC	MM
3×2	6	6	6	6	6	6
En UU	0,06	0,6	6	60	600	6000
En dd	0,6	6	60	600	6000	60 000
En DD	0,006	0,06	0,6	6	60	600

Lo anterior no solo fomenta el cálculo mental, sino que desarrolla el pensamiento algebraico, puesto que el alumno es capaz de generalizar una situación concreta a otras muchas.

Practicamos

Apartado 2.2.1. Generalizar productos básicos a decenas, centenas y décimas.

- Si $4 \times 2 = 8$, calcula 40×2 y 400×2 .
- Si $7 \times 3 = 21$, calcula 7×30 y $0,7 \times 3$.
- Calcula mentalmente: 60×8 .
- Calcula mentalmente: 9×500 .
- Si $8 \times 4 = 32$, ¿cuánto es $0,8 \times 4$?

2.2.2. Extensión a los números de dos, tres y cuatro cifras

A) La tabla de multiplicar hasta el 100

Dominada la etapa anterior, se entra de lleno en el gran cálculo mental: la extensión de la tabla a los números de dos, tres y hasta cuatro cifras. Esto es, como presumían algunos alumnos, «Nos sabemos las cien (o mil) primeras tablas». No es así exactamente, puesto que estas tablas no se las saben de memoria, sino que construyen los resultados de las mismas con mucha rapidez.



Un ejemplo de lo dicho se puede observar en este vídeo⁵⁶. Visitaba el colegio un profesor italiano de la universidad «La Sapienza», de Roma. Caímos en la tentación de impresionarlo, para lo cual nos embarcamos en la aventura de que los niños aprendieran la tabla del 63 así, de golpe, sin mayor preparación. ¡Y salió bien! Al principio los niños dudaban, pero tan pronto intuyeron la técnica, se lanzaron a resolver los productos que les planteábamos. También aprovechamos la sesión para que, tomando el resultado obtenido como patrón, obtuvieran otros muchos resultados.

El proceso de obtención del producto de cualquier número de dos cifras por uno de una cifra pasa por tres etapas. Sea 23×6 :

- 1.ª) Se multiplican las decenas del número de la tabla: $20 \times 6 = 120$.
- 2.ª) Se multiplican las unidades del número de la tabla: $3 \times 6 = 18$.
- 3.ª) Se suman los anteriores productos: $120 + 18 = 138$; $23 \times 6 = 138$.

Unos casos más complicados se muestran en la siguiente tabla:

Producto	Producto por DD	Producto por UU	Resultado
$45 \times 7 =$	$40 \times 7 = 280$	$5 \times 7 = 35$	315
$66 \times 8 =$	$60 \times 8 = 480$	$6 \times 8 = 48$	528
$87 \times 9 =$	$80 \times 9 = 720$	$7 \times 9 = 63$	783

Salvo algún caso excepcional, casi toda la clase es capaz de «aprender» la tabla de cualquier número de dos cifras. Si nos fijamos en el producto de 66×8 , las dificultades aparentes se disuelven tan pronto se analiza el proceso:

- 1.º) Los productos de 60×8 y de 6×8 no presentan dificultad.
- 2.º) La suma mental de 480 y de 48 es muy sencilla. De 48 se quitan 20, que se añaden al primer sumando con el fin de que este llegue a 500, y se añade lo que queda ($500 + 28$).

En el caso del último producto (87×9), que es el que más puede alarmar, la apariencia compleja se convierte en sencillez, puesto que la suma de $720 + 63$ es muy sencilla.

Hay sencillez «natural» en los productos en los que hay el mismo número de decenas que de unidades, pues solo se multiplica una vez y se pasa enseguida a la suma de los dos productos parciales.

56 CEIP «Andalucía» de Cádiz. 3.º de Primaria. Curso 2018-2019. La maestra es Concha Sánchez.

<https://youtu.be/w5y53IE9hw0?si=FFWD9wDi9CR8qacB>



En la siguiente tabla se ve claramente el desarrollo de los mismos. Se ha elegido como multiplicador un número alto, como es el 8.

Producto	Desarrollo	Resultado
22×8	$160 + 16$	176
33×8	$240 + 24$	264
44×8	$320 + 32$	352
55×8	$400 + 40$	440
66×8	$480 + 48$	528
77×8	$560 + 56$	616
88×8	$640 + 64$	704
99×8	$720 + 72$	792

Son especialmente sencillos los productos de 22, 33, 44, 55 y 99. Algo más complejos los restantes. Pero la dificultad que ofrecen ha debido ser tratada en el cálculo mental de la suma. Por ejemplo, el producto de 77×8 obliga a sumar $560 + 56$. Si se parte el 56 en 40 y 16 el resultado se obtiene sin mayor dificultad.

Nótese también que todos los productos se pueden derivar del anterior sumando simplemente 88. Es su patrón de crecimiento. ¿Por qué? Porque la diferencia de los multiplicandos es siempre 11, que se multiplica siempre por 8. Los niños pueden intuir muy fácilmente el patrón de crecimiento de cualquiera de las tablas. En el caso de la tabla del 6, su patrón es 66. ¿Cuál será en el caso de la tabla del 5? Pues 55. ¿Y en el caso de la tabla del 99?: el 99.

B) La tabla de multiplicar hasta el 1000

En el caso de los números de tres cifras (la tabla hasta el 999) el proceso es idéntico, solo que se le añade el paso de los productos por las centenas, y, además, un nuevo sumando, necesario para obtener el resultado. Veamos algunos ejemplos en la tabla que sigue:

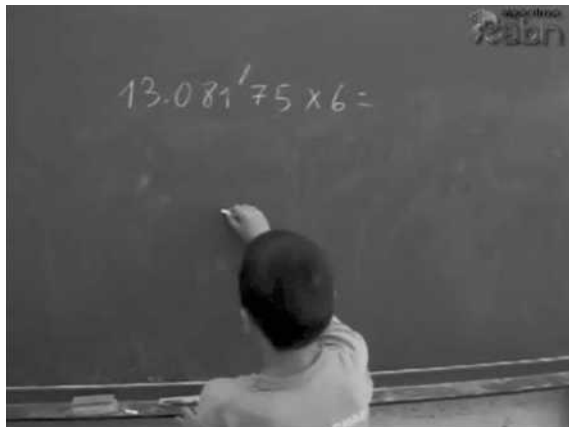
Producto	Producto por CC	Producto por DD	1.ª suma	Producto por UU	Resultado
245×7	$200 \times 7 = 1400$	$40 \times 7 = 280$	$1400 + 280 = 1680$	$5 \times 7 = 35$	1715
466×8	$400 \times 8 = 3200$	$60 \times 8 = 480$	$3200 + 480 = 3680$	$6 \times 8 = 48$	3728
789×9	$700 \times 9 = 6300$	$80 \times 9 = 720$	$6300 + 720 = 7020$	$9 \times 9 = 81$	7101



Como se comienza ya el producto mental de números que presentan mayor complejidad, se puede graduar el avance con los siguientes y sucesivos pasos:

- 1.º) Productos de números de tres cifras con decenas completas: $380 \times 7 = 2660$. Se trata, sin más, de una sencilla extensión de los productos por dos cifras.
- 2.º) Productos de números de tres cifras sin decenas: $307 \times 6 = 1842$. Es también muy sencillo, puesto que los productos parciales que se obtienen se ponen uno a continuación de otro. $509 \times 8 = (500 \times 8) + (9 \times 8) = 4000 + 72 = 4072$.
- 3.º) Productos de números de tres cifras cuyas cifras son iguales: $666 \times 5 = 3330$. Es la extensión de lo que ya se hacía con los números de dos cifras iguales. Respecto al patrón de crecimiento, sigue las mismas pautas ya señaladas, con la diferencia de que se trata de productos de números de tres cifras. Como las diferencias entre un número y su superior es 111, el patrón será el producto de 111 por el número de la tabla que corresponda. Por ejemplo, $666 \times 8 = 5328$; $777 \times 8 = 6216$. El crecimiento es el que corresponde a 111 por 8, en este caso concreto, de 888.
- 4.º) Productos de números de tres cifras cualesquiera, como se ha mostrado en la tabla anterior.

C) La tabla de multiplicar hasta el 10 000



Consiste en saber obtener los resultados de las tablas de los números de cuatro cifras. Unidas a todas las anteriores, se dominarían las tablas de los 10 000 primeros números. Un ejemplo de ello es el mostrado en el vídeo⁵⁷. El procedimiento es

57 CEIP «Lapachar» de Chipiona (Cádiz). 4.º de Primaria. Curso 2011-2012. Los maestros son Juan Manuel Ávila y Juan Carlos Prieto. <https://youtu.be/SVFfowqIc7U?si=38LvZmf-cVADS-ssU>



como el señalado anteriormente, añadiendo un paso más. De acuerdo con nuestra experiencia, aproximadamente la mitad de los niños y niñas de la clase es capaz de realizar estas multiplicaciones.

¿Y más allá? Solo algunos niños resuelven multiplicaciones complejas. En el vídeo⁵⁸ se puede ver cómo, al alimón, dos alumnos de 4.º son capaces de resolver, sin escribir resultados intermedios y dando el producto de una vez, sin mayor pestañeo.



Realizan una multiplicación en la que no solo el multiplicando tiene cuatro cifras, sino que el multiplicador tiene dos. Es un alarde de memoria de trabajo y de capacidad de cálculo. Han pasado los años y, salvo a estos mismos niños, no hemos visto nada igual.

Practicamos

Apartado 2.2.2. Multiplicación de números de 2, 3 y 4 cifras.

- Halla el resultado de los siguientes productos:
a) 23×6 ; b) 45×7 ; c) 82×4 ; d) 93×4 ; 68×8 .
- Halla el resultado de los siguientes productos:
a) 307×6 ; b) 509×7 ; c) 701×9 ; d) 440×6 ; e) 680×5 ; f) 270×9 .
- Halla el resultado de los siguientes productos:
a) 124×4 ; b) 333×5 ; c) 351×7 ; d) 356×8 ; 874×3 .

58 Martínez Montero, J., y Sánchez Cortés, C. (2021). ¿Por qué los escolares fracasan en matemáticas? Madrid: Wolters Kluwer. Pag. 226. https://youtu.be/Lv_TGXTnsNI?si=tu3d-jRiea8cqriik



2.3. Los crecientes. La unión de las tablas y los cálculos

En un trabajo anterior llamábamos «Crecientes del producto a un conjunto de prácticas que favorecen la resolución de la operación de multiplicar a través del cálculo mental.» El trabajo con crecientes está especialmente indicado para mejorar el cálculo mental de los alumnos que solo trabajan con el cálculo tradicional. En esencia, se trata de efectuar un producto paso a paso, en los que la atención se centra en cada uno de los órdenes de magnitud del multiplicando. El resultado obtenido en cada uno de esos pasos se integra con el resultado del paso siguiente. Por ejemplo, trabajamos el creciente del producto de 756×8 :

Operación	Relato
$700 \times 8 = 5600$	Setecientos por ocho son 5600
$50 \times 8 = 400$; $5600 + 400 = 6000$	Cincuenta por 8 son 400. Con el producto anterior son 6000
$6 \times 8 = 48$; $6000 + 48 = 6048$	Seis por ocho son 48. Con el producto anterior son 6048

Conforme se practiquen, se va acelerando el proceso. Pronto los niños omiten el resultado intermedio. En el caso anterior quedaría así:

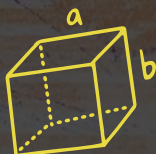
Operación	Relato
$700 \times 8 = 5600$	Setecientos por ocho son 5600
$50 \times 8 = 400$; $5600 + 400 = 6000$	Con el producto anterior son 6000
$6 \times 8 = 48$; $6000 + 48 = 6048$	El resultado es 6048

CRECIENTE DEL PRODUCTO.

$\times 7$

4 _ _ _	400	2800	28.000	
45 _ _	50	350	3500	31.500
456 _	60	420	420	31.920
4561	10	70	7	(31.927)





Si quieres adquirir esta obra haz click aquí



El cálculo mental es una de las señas de identidad del ABN y por la que es reconocido. Se nos han criticado distintas cuestiones en la aplicación y el desarrollo del método, pero nunca lo referido a lo que se conseguía en el cálculo mental. Es verdad que nuestros alumnos calculan como los ángeles. No es que hagan bien y deprisa lo que saben hacer los del cálculo tradicional. No. Es que hacen las cosas de manera muy distinta. Por eso lo hacen bien.

Como se pretende que también los alumnos del cálculo tradicional puedan desarrollar estos aprendizajes, hemos incluido un capítulo completo dedicado a las modificaciones que, inevitablemente, se han de llevar a cabo en sus modos de calcular. No se puede acceder a ciertos niveles de cálculo repitiendo los procedimientos que impiden llegar a ese cálculo.

El libro incluye 56 técnicas diferentes de cálculo mental, y cada una de ellas está constituida por diferentes pasos y sus variantes. No es exagerado decir que su despliegue origina más de doscientos tipos diferentes de ejercicios. En el libro se ha hecho una explicación minuciosa de las mismas, un escalonamiento de sus dificultades, una secuenciación de los pasos necesarios para su adquisición. En el caso de las técnicas menos obvias se han incorporado ejercicios prácticos que se proponen a los lectores, con el fin de que, con su realización, comprueben el dominio que han adquirido de las mismas. Para facilitar la tarea, cada capítulo incluye como último apartado el solucionario de los ejercicios que se han propuesto dentro del mismo.

Se han incluido enlaces a vídeos en los que los niños realizan aquellas tareas que decimos que se pueden hacer. Y no solo vídeos, sino también fotos de trabajos de los alumnos en los que se recogen la realización práctica de lo que decimos.



AB



ISBN: 978-84-9987-263-6



CUADERNOS DE PEDAGOGÍA