



CdP

Cuadernos de Pedagogía

Jaime
Martínez Montero
Concepción
Sánchez Cortés

El método ABN frente al método de cálculo tradicional



III CUADERNOS
DE PEDAGOGÍA

© Jaime Martínez Montero, 2025
© ARANZADI LA LEY, S.A.U.

ARANZADI LA LEY, S.A.U.
C/ Collado Mediano, 9
28231 Las Rozas (Madrid)
e-mail: clienteslaley@aranzadilaley.es
<https://www.aranzadilaley.es>

Primera edición: Febrero 2025

Depósito Legal: M-5221-2025
ISBN versión impresa: 978-84-9987-253-7
ISBN versión electrónica: 978-84-9987-254-4

Diseño, Preimpresión e Impresión: ARANZADI LA LEY, S.A.U.
Printed in Spain

© **ARANZADI LA LEY, S.A.U.** Todos los derechos reservados. A los efectos del art. 32 del Real Decreto Legislativo 1/1996, de 12 de abril, por el que se aprueba la Ley de Propiedad Intelectual, ARANZADI LA LEY, S.A.U., se opone expresamente a cualquier utilización del contenido de esta publicación sin su expresa autorización, lo cual incluye especialmente cualquier reproducción, modificación, registro, copia, explotación, distribución, comunicación, transmisión, envío, reutilización, publicación, tratamiento o cualquier otra utilización total o parcial en cualquier modo, medio o formato de esta publicación.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la Ley. Diríjase a **Cedro** (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

El editor y los autores no asumirán ningún tipo de responsabilidad que pueda derivarse frente a terceros como consecuencia de la utilización total o parcial de cualquier modo y en cualquier medio o formato de esta publicación (reproducción, modificación, registro, copia, explotación, distribución, comunicación pública, transformación, publicación, reutilización, etc.) que no haya sido expresa y previamente autorizada.

El editor y los autores no aceptarán responsabilidades por las posibles consecuencias ocasionadas a las personas naturales o jurídicas que actúen o dejen de actuar como resultado de alguna información contenida en esta publicación.

ARANZADI LA LEY no será responsable de las opiniones vertidas por los autores de los contenidos, así como en foros, chats, u cualesquiera otras herramientas de participación. Igualmente, ARANZADI LA LEY se exime de las posibles vulneraciones de derechos de propiedad intelectual y que sean imputables a dichos autores.

ARANZADI LA LEY queda eximida de cualquier responsabilidad por los daños y perjuicios de toda naturaleza que puedan deberse a la falta de veracidad, exactitud, exhaustividad y/o actualidad de los contenidos transmitidos, difundidos, almacenados, puestos a disposición o recibidos, obtenidos o a los que se haya accedido a través de sus PRODUCTOS. Ni tampoco por los Contenidos prestados u ofertados por terceras personas o entidades.

ARANZADI LA LEY se reserva el derecho de eliminación de aquellos contenidos que resulten inveraces, inexactos y contrarios a la ley, la moral, el orden público y las buenas costumbres.

Nota de la Editorial: El texto de las resoluciones judiciales contenido en las publicaciones y productos de **ARANZADI LA LEY, S.A.U.**, es suministrado por el Centro de Documentación Judicial del Consejo General del Poder Judicial (Cendoj), excepto aquellas que puntualmente nos han sido proporcionadas por parte de los gabinetes de comunicación de los órganos judiciales colegiados. El Cendoj es el único organismo legalmente facultado para la recopilación de dichas resoluciones. El tratamiento de los datos de carácter personal contenidos en dichas resoluciones es realizado directamente por el citado organismo, desde julio de 2003, con sus propios criterios en cumplimiento de la normativa vigente sobre el particular, siendo por tanto de su exclusiva responsabilidad cualquier error o incidencia en esta materia.

Índice

Prólogo	21
Método ABN. Referencias y ayudas	29
LIBROS TÉCNICOS.....	29
LIBROS Y MATERIAL ESCOLAR	31
EDUCACIÓN INFANTIL	31
EDUCACIÓN PRIMARIA	31
AYUDAS EN LA WEB.....	38
1. Sitios básicos	38
2. Principales canales con vídeos.....	39
Otros canales más recientes	42
3. Web con ayudas, enlaces, materiales.....	43
4. Actividades para trabajar digitalmente	44

Capítulo 1

Introducción. Las señas de identidad del método ABN	45
1. PARA EMPEZAR.....	45
2. ABN: SUS SEÑAS DE IDENTIDAD	50
2.1. Todos los niños son capaces de aprender matemáticas, y hasta niveles que no sospechamos.....	50
2.2. Los aprendizajes se han de desarrollar a través de la experiencia, con referentes concretos y con transparencia.....	51
2.3. Cálculo basado en números y en un conocimiento profundo del sistema de numeración.....	52
2.4. Método abierto. Respeto a que cada alumno pueda seguir su propio camino para hallar la solución	53
2.5. La comprensión de los procesos y el aprendizaje conceptual.....	54
2.6. La preeminencia del cálculo mental	55
3. LA ESTRUCTURA DEL LIBRO	56

Capítulo 2

La «revolución ABN» en Infantil.....	59
1. INTRODUCCIÓN.....	59
2. EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN INFANTIL. MÁS ALLÁ DE LO QUE SE PENSABA	60
2.1. Rompiendo barreras. Los vídeos	60
2.2. Rompiendo barreras. Las imágenes.....	63

Capítulo 3

La «revolución ABN» en Primaria.....	67
1. INTRODUCCIÓN.....	67
2. LA GENERALIZACIÓN A NÚMEROS GRANDES O MUY GRANDES QUE SABEN HACER LOS NIÑOS A PARTIR DE LO SUS EXPERIEN- CIAS CON NÚMEROS MÁS PEQUEÑOS	68
3. LOS LÍMITES EN EL CÁLCULO MENTAL PENSADO	69
4. EL NIVEL DE ABSTRACCIÓN DE LOS NIÑOS.....	71
5. CAPACIDAD DE LOS ALUMNOS DE ABORDAR CON ÉXITO CON- TENIDOS PROPIOS DE CURSOS BASTANTE SUPERIORES A AQUELLOS QUE CURSAN.....	73
6. CONCLUSIÓN FINAL.....	74

Capítulo 4

La Educación Infantil (I). Los niños pueden ir mucho más allá de lo que pen- samos	77
I. INTRODUCCIÓN.....	77
2. NUESTRO MODELO. EL ENFOQUE INTUICIONISTA	79
3. OTRAS CUESTIONES PREVIAS	81
3.1. El álgebra temprana.....	81
3.2. Los materiales.....	83
3.2.1. Una selección de materiales.....	83
3.2.2. ¿Y las fichas?	88
3.2.3. Pero todo esto, ¿no se hacía ya antes?	89

Capítulo 5

La Educación Infantil (II). Claves y evolución en el aprendizaje matemático. La numeración	91
I. INTRODUCCIÓN.....	91
2. CONTAR: DONDE COMIENZA TODO.....	92

2.1.	La subitización.....	93
2.1.1.	Los logros.....	93
2.1.2.	Las claves.....	93
2.1.3.	La evolución	96
2.2.	El conteo.....	98
2.2.1.	Los logros.....	98
2.2.2.	Las claves.....	98
2.2.3.	La evolución	100
2.3.	La estimación.....	101
2.3.1.	Una primera aproximación	101
2.3.2.	El camino a la estimación en la recta numérica. Sucesivos pasos.....	103
2.4.	Claves y evolución.....	104

Capítulo 6

La Educación Infantil (III). Estructura y sentido del número	107
1. INTRODUCCIÓN.....	107
2. REPARTOS SIMPLES	108
2.1. Repartos uniformes.....	108
2.2. Repartos irregulares	111
2.2.1. Reparto en dos partes	112
2.2.2. La iniciación de las estructuras aditivas	114
2.2.3. Repartos en tres partes y repartos libres	115
3. REPARTOS COMPLEJOS	116
3.1. Repartos proporcionales	116
3.1.1. Doble y mitad.....	116
3.1.2. Tercio y triple	118
3.2. Reequilibrio de repartos	119
3.2.1. Reequilibrio simple	120
3.2.2. Reequilibrio por sustracción	121
3.2.3. Reequilibrio por adición	122

Capítulo 7

La Educación Infantil (IV). Estructura y sentido del número	123
1. INTRODUCCIÓN.....	123
2. ORDENACIÓN DE CARDINALES DE CONJUNTOS	123

3.	COMPARACIÓN DE CONJUNTOS.....	125
3.1.	Introducción.....	125
3.2.	El proceso de comparación	126
3.3.	El uso del lenguaje.....	128
4.	LAS COMPARACIONES CON DINERO	129

Capítulo 8

La Educación Infantil (V). Transformaciones de los números: las estructuras aditivas.....		133
1.	INTRODUCCIÓN.....	133
2.	LA TABLA DE SUMAR.....	134
2.1.	Primera fase de la tabla de sumar.....	135
2.2.	Segunda fase de la tabla de sumar.....	136
2.3.	Tercera fase de la tabla de sumar	137
2.4.	Cuarta fase de la tabla de sumar.....	138
3.	LA TRANSICIÓN AL ALGORITMO. LAS POTENCIALIDADES DE LOS NIÑOS	139
4.	LAS ESTRUCTURAS ADITIVAS.....	141
4.1.	Primeros pasos.....	141
4.2.	Sistematización.....	142
4.3.	Más allá. Posible evolución	145
5.	LA RESTA O SUSTRACCIÓN.....	147
5.1.	La sustracción y la estructura aditiva	147
5.2.	Sobre la tabla de restar	150
5.3.	Claves para la secuencia a seguir para el aprendizaje de la resta en Infantil	150
5.4.	¿Cuántas tipos de restas hay?	151

Capítulo 9

La Educación Infantil (VI). Las estructuras multiplicativas.....		153
1.	INTRODUCCIÓN.....	153
2.	LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS.....	154
2.1.	La aproximación.....	154
2.2.	La explotación	156
2.3.	Las peculiaridades de la división.....	158

Capítulo 10

La numeración (I). Las claves en la comprensión del sistema numérico.....	161
1. INTRODUCCIÓN.....	161
2. CONTAR, CONTAR Y... CONTAR	163
2.1. Enfoque general	163
2.2. Dificultades específicas.....	164
2.3. Contar con símbolos.....	164
3. COMPOSICIONES Y DESCOMPOSICIONES	166
3.1. Las casitas de descomposición.....	167
3.2. Las descomposiciones horizontales o los «Soles»	170
3.3. El copo	172
3.4. Una posibilidad más. ¿Cuántos OOMM faltan?.....	173

Capítulo 11

La numeración (II). Otros contenidos	175
1. ÓRDENES DE MAGNITUD ARBITRARIAS O DE LA UNIDAD FLO- TANTE	175
2. NUMERACIÓN EN CUALQUIER BASE	177
2.1. Justificación	177
2.2. De base 10 a otras bases. Y viceversa	178
2.3. El lenguaje digital. La base 2.....	180
2.4. Operaciones matemáticas en otras bases de numeración ...	182
3. SUCESIONES.....	184
3.1. Justificación	184
3.2. ¿Cómo lo hacen y lo explican los niños?	184
4. LA NUMERACIÓN COMO SEÑUELO DEL ÁLGEBRA.....	187
4.1. Los comienzos	187
4.2. Operaciones con monomios, binomios y polinomios.....	190
4.2.1. Suma de polinomios	190
4.2.2. Sustracción de polinomios	190
4.2.3. Producto de polinomios por binomios.....	191
4.2.4. División de un polinomio por un monomio	192

Capítulo 12

Cálculo mental.....	193
1. INTRODUCCIÓN.....	193

2.	CÁLCULO MENTAL Y CÁLCULO TRADICIONAL. MALAS RELACIONES	196
2.1.	Los obstáculos del cálculo tradicional	196
2.2.	Lo que llegan a perder los alumnos por no dominar el cálculo mental.....	198
2.3.	Las malas consecuencias de la ausencia de cálculo mental .	203
3.	CÁLCULO MENTAL Y CÁLCULO ABN. CLAVES.....	203
3.1.	El cálculo con números, y no con cifras	204
3.2.	Utilización de técnicas específicas de refuerzo: patrones, crecientes, redondeos en sumas y restas.....	205
3.2.1.	Patrones.....	205
3.2.2.	Crecientes.....	207
3.2.3.	Redondeos	208
3.3.	Aplicación práctica en el cálculo de las propiedades de las operaciones	210
3.3.1.	En el producto	210
3.3.2.	En la división.....	213

Capítulo 13

	El cálculo en cuestión. La alternativa ABN	215
1.	INTRODUCCIÓN.....	215
2.	LOS PRINCIPIOS Y ESTÁNDARES PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	217
2.1.	Números y operaciones	217
2.2.	Álgebra Temprana	219
3.	A PROPÓSITO DE LOS FORMATOS. LA REJILLA Y EL FORMATO POSICIONAL.....	225
3.1.	La rejilla. Su sentido.....	225
3.2.	Formatos posicionales	227

Capítulo 14

	Estructuras aditivas (I). La suma o adición.....	229
1.	INTRODUCCIÓN.....	229
2.	LA SUMA O ADICIÓN	230

2.1.	El algoritmo de la suma. La complejidad en la que no se re- para	230
2.2.	Las claves de la operación de sumar	232
2.3.	El desarrollo del algoritmo.....	233
2.3.1.	Paso primero. Palillos y rejillas	233
2.3.2.	Paso a la suma sin apoyos	234
2.3.3.	Sumas múltiples	234
2.3.4.	El paso de sumas de dos a tres cifras en los su- mandos, sin pérdida de significación.....	235
2.3.5.	Redondeo con los amigos del mil.....	236
2.3.6.	La introducción de los decimales	236
2.3.7.	Sumas indicadas.....	237
2.3.8.	Suma posicional con decimales.....	237
2.3.9.	Un epílogo brillante.....	237
3.	CONVERSIÓN DE LA SUMA EN DOS RESTAS.....	238
4.	LAS SITUACIONES DE LA SUMA. LOS PROBLEMAS DE SUMAR ...	239
4.1.	Situaciones con una sola cantidad.....	240
4.2.	Situación con dos cantidades que requiere una reconcep- tualización única para ambas	240
4.3.	Situaciones comparativas: dos cantidades se comparan, pero no se modifican	240

Capítulo 15

Estructuras aditivas (II). La resta o sustracción. Operaciones complejas.....	243
1. INTRODUCCIÓN.....	243
2. MODELOS DE SUSTRACCIÓN	244
2.0. Una primera sistematización	244
2.1. Las operaciones de restar con una sola cantidad.....	245
2.2. Las operaciones de restar con dos cantidades, de las que una de ellas es una referencia.....	247
2.2.1. Escalera ascendente	247
2.2.2. Escalera descendente	248
2.3. Las operaciones de restar con dos cantidades, de las que una de ellas se compara con la otra	248
2.4. Las operaciones de restar con dos cantidades, de las que una de ellas se iguala con la otra	250
3. LAS LLEVADAS.....	251

4.	LAS DISTINTAS SITUACIONES DE LA RESTA Y LOS PROBLEMAS DE RESTAR.....	253
4.1.	Introducción y aclaraciones	253
4.2.	Las operaciones de restar con una sola cantidad.....	253
4.3.	Las operaciones de restar con dos cantidades, de las que una de ellas es una referencia.....	255
4.3.1.	Escalera ascendente (EA)	255
4.3.2.	Escalera descendente (ED).....	256
4.3.3.	Dos casos especiales	256
4.4.	Las operaciones de restar con dos cantidades, de las que una de ellas se compara con la otra	257
5.	LAS OPERACIONES ADITIVAS COMPUESTAS	257
5.1.	La Doble Resta.....	258
5.2.	La Sumirresta.....	259
5.3.	El Reparto Igualatorio	260

Capítulo 16

	Estructuras multiplicativas. El producto	263
1.	INTRODUCCIÓN.....	263
2.	¿CUÁNTOS PRODUCTOS HAY?	264
3.	LA TABLA DE MULTIPLICAR	266
3.1.	Consideraciones previas	266
3.2.	Características del aprendizaje de la tabla de multiplicar en el método ABN (y diferencias con el método tradicional)	267
3.3.	¿Cómo es entonces el aprendizaje de la tabla de multiplicar en ABN?	268
4.	FORMATOS DEL PRODUCTO	270
4.1.	Formato extendido o estándar.....	270
4.1.1.	El producto por una cifra	270
4.1.2.	El producto por dos cifras.....	271
4.2.	Formato posicional.....	272
4.	REVERSIÓN DEL PRODUCTO EN DIVISIÓN (Y VICEVERSA).....	273
5.	EL CÁLCULO MENTAL EN EL PRODUCTO.....	274
5.1.	Técnicas que se derivan de la aplicación de la propiedad asociativa del producto	275

5.1.1.	Cómo se halla el cuadrado de un número de dos cifras que acabe en 5	275
5.1.2.	Como se halla el producto de números de dos cifras en el que las decenas sean iguales y las cifras de las unidades suman 10	276
5.1.3.	Como se halla el producto de dos números de dos cifras con la misma cifra de unidades, pero cuyas decenas sumen 10	276
5.2.	Técnicas que se derivan de la aplicación de la propiedad distributiva del producto respecto a la suma	277
5.2.1.	Cómo se halla el producto de dos factores cercanos a 100	277
5.2.2.	Cómo se halla el producto de dos factores cercanos a 1000	278
5.2.3.	Como se halla el producto de dos factores, de los que uno se acerca a cien y el otro se acerca a 1000	278
5.2.4.	Como se halla el producto de dos factores, de los que uno se acerca a diez y el otro se acerca a 1000	279
5.2.5.	Consideraciones finales	280

Capítulo 17

La división. Situaciones problemáticas. Tipos de problemas en las estructuras multiplicativas	283
1. INTRODUCCIÓN	283
2. LA DIVISIÓN COMO REPARTO Y COMO AGRUPACIÓN	285
3. LA DIVISIÓN POR UNA CIFRA	286
4. LA DIVISIÓN POR DOS CIFRAS	288
4.1. ¿Hay que eliminar la división por dos cifras del currículum escolar?	288
4.2. La transición de la división por una cifra a la división por dos cifras	291
5. LOS FORMATOS EN LA DIVISIÓN: DIVISIÓN ESTÁNDAR Y DIVISIÓN POSICIONAL	294
6. EL CÁLCULO MENTAL EN LA DIVISIÓN. EL REDONDEO	296
7. SITUACIONES PROBLEMÁTICAS. TIPOS DE PROBLEMAS EN LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS	298
7.1. Problemas Iterativos o de Isomorfismo de Medidas	298

7.1.1.	Presentación y aspectos generales	298
7.1.2.	Las diferencias entre agrupar y repartir	300
7.2.	Problemas comparativos o de Escala	302
7.2.1.	Presentación de los problemas de Escala	302
7.2.2.	Los problemas de escala creciente (EC)	303
7.2.3.	Los problemas de escala decreciente (ED)	304
7.3.	Problemas de producto cartesiano (PC). Una categoría diferente	305

Capítulo 18

Fracciones y números decimales en las estructuras multiplicativas	309
1. INTRODUCCIÓN	309
2. LAS FRACCIONES	310
2.1. Introducción	310
2.2. Dos cuestiones añadidas	311
2.3. Fracción de una cantidad... y mucho más	312
2.4. El valor numérico de una fracción y su explotación	314
2.4.1. Descubrimiento de las fracciones exactas y periódicas, tanto puras como mixtas	314
2.4.2. El valor numérico para la reconstrucción de una fracción	316
2.4.3. El valor numérico de una fracción y la iniciación a la proporcionalidad	317
2.5. El producto y la división de fracciones. Sus problemas	319
2.5.1. El producto de fracciones	320
2.5.2. La división de fracciones	321
3. LOS NÚMEROS DECIMALES	324
3.1. El temprano aprendizaje de los decimales	324
3.2. La flexibilidad en la consideración de la parte entera y la parte decimal	324
3.3. Los patrones escondidos en los productos y las divisiones cuyos términos incluyen parte decimal	325

Capítulo 19

Los problemas verbales de dos operaciones	331
1. INTRODUCCIÓN	331

2.	CONSTRUCCIÓN (Y DECONSTRUCCIÓN) DE UN PROBLEMA DE DOS OPERACIONES	334
2.1.	La construcción de un problema de dos operaciones.....	334
2.2.	La deconstrucción de un problema de dos operaciones.....	338
3.	LOS ENLACES ENTRE LAS OPERACIONES DE UN PROBLEMA Y SUS NIVELES DE DIFICULTAD. CATEGORÍAS	340
3.1.	Determinación del tipo de problemas	340
3.2.	El enlace entre los dos problemas que forman el P2E, como fuente de dificultad	341
3.2.1.	La categoría Jerárquica.....	342
3.2.2.	La categoría Compartir el Todo.....	344
3.2.3.	La categoría Compartir la Parte.....	347
3.2.4.	La categoría de doble inclusión	349

Capítulo 20

	Proporciones y porcentajes	353
1.	INTRODUCCIÓN.....	353
2.	FRACCIONES, PORCENTAJES, PATRONES Y CAMBIOS DE REFERENCIA.....	354
2.1.	Fracciones y porcentajes.....	354
2.2.	Patrones y cambios de referencia.....	355
2.3.	Una extensión de los porcentajes: las tasas	357
3.	CÁLCULOS DE PORCENTAJES.....	359
3.1.	Por escalas	359
3.2.	Por algoritmos	360
3.3.	Por fracciones y proporciones	361
3.4.	Por redondeo y cálculo mental	362
4.	LOS PROBLEMAS SOBRE PORCENTAJES.....	364
4.1.	Porcentajes simples	365
4.2.	Problemas sobre incrementos porcentuales	366
4.3.	Problemas sobre decrementos porcentuales	366
4.4.	Comparaciones a cien.....	368

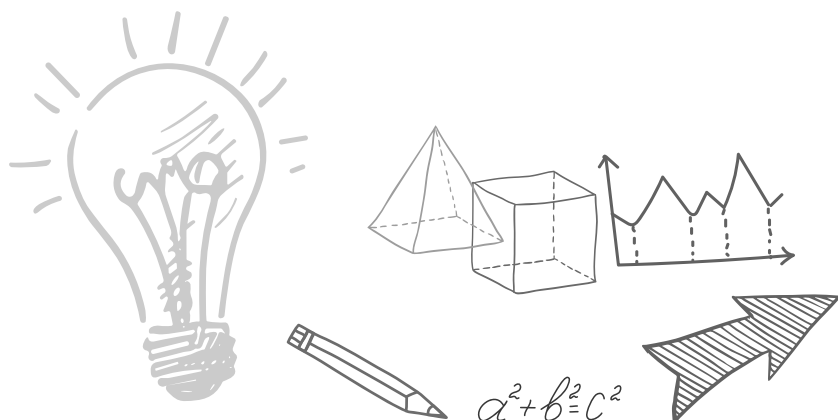
Capítulo 21

	Los cálculos «malditos» (I). Cuadrados y raíces.....	369
1.	INTRODUCCIÓN.....	369

2.	LOS CUADRADOS DE LOS NÚMEROS	370
3.	DE LOS CUADRADOS DE LOS NÚMEROS A LA RAÍZ CUADRADA..	373
3.1.	Raíz cuadrada inexacta.....	373
3.2.	Raíz cuadrada exacta.....	375
4.	COMPOSICIONES, DESCOMPOSICIONES Y PATRONES EN LOS CUADRADOS Y EN LAS RAÍCES CUADRADAS.....	377
4.1.	Descomposiciones cada vez más complejas.....	377
4.2.	Patrones.....	379
5.	... Y LA EXCELENCIA.....	380

Capítulo 22

	Ecuaciones de primer grado con una incógnita.....	383
1.	INTRODUCCIÓN.....	383
2.	LOS COMIENZOS.....	385
3.	LA TRANSICIÓN Y PRIMERAS ECUACIONES CON CUATRO TÉRMINOS	386
3.1.	Ecuaciones formales tempranas.....	386
3.2.	Se generalizan las ecuaciones. Las ecuaciones en los cursos altos.....	388
3.2.1.	Primeras ecuaciones en 4º de Primaria	388
3.2.2.	Ecuaciones formalizadas en 5º y 6º de Primaria .	389
4.	OTRAS FORMAS DE RESOLVER LAS ECUACIONES.....	389
4.1.	Resolución de ecuaciones por intuición.....	390
4.2.	Resolución de ecuaciones por deducción.....	391
5.	SISTEMAS DE ECUACIONES.....	392



Prólogo

Cuando escribo estas líneas ya se ha iniciado el decimoséptimo curso escolar, contando desde que comenzó la andadura del método ABN. Fue en el ya lejano 2008-2009 cuando en un colegio muy modesto de Cádiz una maestra recién llegada a Primaria, tras veinticuatro años en Educación Infantil, se negó a seguir el patrón general de enseñanza de la matemática, y puso en marcha otra forma de trabajar las matemáticas, sin otro material a mano que unas sencillas cajas de palillos de dientes. De entonces a acá han pasado tantas cosas...

Los dos primeros cursos en los que se aplicó el método (ABN, el nombre del mismo, surgió en el tercer trimestre del segundo curso) tuvieron un carácter experimental en un ambiente muy protegido. Tuve la suerte de que me dieran una licencia por estudios por un año, que dediqué a guiar y seguir el desarrollo del método en cuatro colegios. Prácticamente todas las semanas visitaba las aulas donde el método se experimentaba, e iba creciendo poco a poco. El «salto a la fama» vino de la mano de un periodista, que hizo un reportaje de algo tan raro como lo que estábamos practicando¹. Publicado en toda la cadena de periódicos, en un domingo, y con un buen despliegue tipográfico, la noticia supuso un fuerte impacto social, del que se hicieron eco los demás periódicos, las emisoras de radio y los medios de comunicación. Algo después, a primeros de marzo de 2010, echó a andar, con muchos defectos, el blog algoritmosabn.blogspot.com, en el que se empezaron a publicar informaciones, fotos y vídeos de lo que hacían esos niños y niñas. Se unió al proyecto uno de los blogs con

1 https://www.diariodecadiz.es/noticias-provincia-cadiz/Mueran-cuentas-vivan-matematicas_0_339866358.html

material escolar más visitados de España: Actiludis. Su autor, José Miguel de la Rosa, se convirtió en otro de los pilares de esta nueva forma de trabajar la matemática. A partir de ahí vino todo lo demás. Los cuatro colegios se convirtieron en más de veinte el curso siguiente, se superó el límite provincial, llegando el ABN a Córdoba, Jaén y Cantabria, y, sobre todo, surgió un primer grupo de docentes que se autoformaron y que pasaron a su vez a formar a otras compañeras y compañeros. Desde ahí se llegó a toda España y fuera de ella².

Visto desde la perspectiva que te dan los años transcurridos, el fenómeno ABN causa una gran extrañeza. ¿Cómo ha sido posible que algo que surgió tan incidentalmente, sin tener detrás ninguna institución o empresa, se haya desarrollado de la manera que lo hizo? Actualmente, en 2024, hay más de mil colegios, alrededor de diez mil docentes, y más de doscientos mil niños que siguen nuestra metodología. No solo se trabaja en España, sino que se ha extendido a otros países, fundamentalmente en Hispanoamérica. Se ha creado un gran acopio de todo tipo de material. Las redes cuentan con miles y miles de fotos, con más de más de seis mil vídeos, libros de texto, cuadernos de trabajo... Y la parte técnica y científica no se ha quedado atrás. Se han publicado doce libros técnicos, además del presente, una cincuentena de artículos científicos, se han aprobado cinco tesis doctorales (y las que están en marcha). Hay una presencia notable en las redes sociales, se han creado blogs, páginas web, canales de vídeo, etc. Y lo que se pretendía no era nada sencillo: cambiar unas prácticas escolares de siglos, impartidas con naturalidad y por las que habían ido pasando generaciones y generaciones de personas. Repito, todo esto, ¿cómo ha sido posible?

Unos primeros agentes explican, más que ningún otro factor, todo lo anterior. Hace años, y con ocasión de mi asistencia a alguna mesa redonda, una persona bien conocida en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, y no demasiado entusiasta con el método, me hizo una pregunta: «¿Cómo te las has arreglado para realizar tan buen “casting”? ¿qué has hecho para sumar a tu método a tan buenos docentes?» Es decir, cómo se había hecho para seleccionar a tan buenos profesionales que, no solo cumplían muy bien su trabajo, sino que además atraían a muchos compañeros y suscitaban en los mismos el deseo de formarse en la nueva metodología. Le contesté que no había hecho nada de eso, sino que todos esos docentes habían surgido espontáneamente, atraídos por la novedad del método y los resultados que se obtenían. No se creyó mi afirmación. Y es que es difícil de creer: tantos y tantos maestras y maestros, atraídos por el valor de unas ideas, y que se convierten en unos fervorosos propagandistas de una línea de trabajo tan innovadora.

2 En el Mapa de Centros ABN se incluyen los colegios que nos han comunicado su trabajo con ABN y también los que nos consta que lo llevan a la práctica. Se puede consultar en: <https://www.google.com/maps/d/viewer?mid=17vnmql1wSyUqeKWTYucabCcsrAoHg8Is&femb=1&ll=39.937731008266866%2C-4.84806876401163&z=5>

Pues así fue y así sigue siendo. Con la perspectiva que me dan los años, no me he resistido a estudiar las características de todos estos «abeneros» o «abeneras» (como se llaman ellas mismas), y todos ellos presentan unos rasgos comunes fáciles de establecer. En primer lugar, se trata de personas muy bien dotadas intelectualmente, con una gran capacidad de análisis y comprensión. No solo han sido capaces de entender y trasladar con fidelidad el método, sino que en muchas ocasiones lo han mejorado y han hecho aportaciones en las que nadie había reparado con anterioridad. En segundo lugar, son magníficas maestras y maestros, dominan su oficio, y, gracias a ello tienen un gran predicamento e influyen positivamente en sus alumnos y familias. Permítaseme traer aquí una anécdota que me sucedió en los primeros tiempos del ABN. Asistí a una reunión con las familias de los alumnos del grupo de 1º que había empezado a trabajar el ABN en un colegio de Puerto Real (el CEIP «Reggio»), en Cádiz. La maestra (Conchi Cantero) era una de las mejores maestras que he conocido en mis cincuenta y cinco años de profesión. Les explicaba los beneficios que obtendrían los niños y ponía énfasis en que confiaran en lo que se iba a hacer. Una madre me interrumpió y me dijo, con palabras casi textuales: «Mire, no se preocupe. Si la señorita Conchi ha dicho que esto es lo mejor para nuestros hijos, es que es así». Claro, un cambio de tanta envergadura y de forma tan súbita solo lo podía llevar a cabo una persona en la que las familias tuvieran una total confianza. En tercer lugar, estas docentes tenían un gran compromiso social, un compromiso que, en la escuela, se traducía en conseguir el mayor desarrollo educativo de sus alumnos. Porque la tarea en la que se embarcaban no era nada fácil. En cualquier caso, les exigiría muchos más esfuerzos y dedicación que si hubieran seguido con lo que venían haciendo. Muchas de estas personas no pasaron, precisamente, por un camino de rosas. En cuarto lugar, se trata de personas extraordinariamente generosas, con su tiempo e, incluso, con su economía. Cuando se examina la enorme cantidad de material de todo tipo que se ha puesto a la disposición de los compañeros y familias, ofrecido de forma totalmente gratuita, regalando horas y horas de su tiempo personal, solo cabe la admiración y el agradecimiento. Por último, en quinto lugar (porque en algún sitio hay que cortar), son docentes de una gran personalidad, con las ideas muy claras y con un propósito definido y una voluntad firme de llevarlo a cabo. Han pasado por situaciones difíciles y tragos amargos. Ha habido personas que trabajar el ABN le ha supuesto no solo aguantar reproches y disgustos, sino incluso tener que cambiar de colegio y, en varios casos, también de destino. No siempre es fácil mantener una posición distinta a la reinante en el grupo humano en el que uno está inserto. Si alguna vez se escribiera la historia del ABN, no faltarían los episodios de menosprecio, humillación, calumnias e infamias.

¿Qué nos ha llevado a la coautora (Concha) y a mí a meternos en la aventura de dar a luz este libro? Pues casi una obligación. El método ABN ha hecho un gran recorrido. Si se repasa su diseño inicial, incluido en el libro «Competencias básicas en

Matemáticas. Una nueva práctica»³, se constata el desarrollo tan importante que se ha producido y que ni se atisbaba en el primer boceto. Sigue intacta la idea principal, pero cambia enormemente la forma de llevarla a cabo. Ha sido tal el enriquecimiento que se ha producido que ha dejado la propuesta inicial como algo demasiado elemental. Pasa como casi siempre que llevas a la realidad lo que se ha pensado. Han sido muchos niños, docentes y hasta familias las que han enriquecido el método y han hecho aportaciones muy interesantes. Por ello nos hemos sentido obligados a trasladar a nuestros lectores todo lo nuevo que ha surgido y que se ha aprendido a lo largo de estos dieciséis cursos. Con el actual nivel de desarrollo la idea global y el modelo formal del método tiene más sentido y profundidad que la que ha ido apareciendo en las publicaciones anteriores.

La principal novedad del libro (aparte de sus contenidos) es la inclusión en el mismo de numerosos vídeos protagonizados por los alumnos, que explican e ilustran las ideas que se quieren trasladar por escrito. No ha sido una decisión sencilla, pero es que si no se hubiera hecho así el trabajo habría perdido valor. Me explico.

Los vídeos están insertados en las propias páginas y en los apartados en los que ellos ilustran lo que se dice, lo bajan a tierra y lo introducen en la lógica del desarrollo diario de las clases. En el caso del libro digital será muy sencillo acceder a los mismos. Y en el caso del libro en papel tampoco será complicado, pues cada capítulo lleva un código QR que les proporcionará los enlaces directos a esos vídeos, de acuerdo con la numeración de las notas al pie con la que los mismos se identifican.

No es ninguna tontería insistir en el valor de los vídeos. Creo que en ABN también podemos presumir de la enorme cosecha de documentos visuales con los que contamos y que no tienen precedente en otros métodos matemáticos. En efecto, cuando se analizan vídeos de otros métodos (Aloha, Singapur, Emat, Innovamat, Numicon, Math Jump, etc.) lo que uno se encuentra es a un adulto o adulta explicando lo bueno que es tal método y las maravillas que son capaces de hacer los niños cuando lo trabajan. Pero esos niños no aparecen por ninguna parte haciendo lo que los adultos de los vídeos dicen que hacen muy bien. En nuestro caso no hay tal. Son niños reales, que forman parte de un grupo de alumnos de un colegio y de un curso concreto, que se cita, de un colegio concreto, que también se cita, y con una maestra o maestro que también se identifica. También se expresa el curso escolar en que tal vídeo se grabó. No hay trampas ni cartón. Los vídeos cuentan, para su publicación, con la autorización del colegio y de las familias. Son vídeos reales. En más de una ocasión me han insinuado que de los vídeos no hay que fiarse, pues perfectamente

3 Martínez Montero, J. (2008). *Competencias básicas en Matemáticas. Una nueva práctica*. Madrid: Wolters Kluwer.

podrían estar amañados o preparados para que saliera lo que se pretendía. Siempre se ha respondido con rotundidad a estas insinuaciones: no hay tal. No es corriente que el que cometa un robo deje la señas de qué ha robado, dónde y cómo lo robó. Por otra parte, tampoco es tan fácil manipular a los niños. Habría que contar con los compañeros de la clase y con la complicidad del docente, del colegio y de la familia. Finalmente, tampoco es fácil manipular a los niños de 3, 4 o 5 años.

Una última cuestión sobre los vídeos que se incluyen en el libro. En algunos capítulos se repiten vídeos que se han mostrado ya en otros anteriores. No es un despiste o un descuido. La razón de tal hecho estriba en que esos vídeos repetidos se consideran desde dos puntos de vista distintos. Por ejemplo, nos puede servir como muestra del elevado nivel que alcanzan los niños en cálculo mental, y como explicación de alguna de las técnicas con las que se mejora ese cálculo mental.

Anteriormente he señalado la muy abundante existencia de vídeos, fotos y diversos materiales producidos por los alumnos. Todos ellos, elaborados a lo largo de los años, son una muestra del buen funcionamiento del método. Hago la anterior afirmación por lo que sigue. No han sido pocos los investigadores y estudiosos que han puesto en duda la eficacia del método, puesto que no se presentan, por nuestra parte, estudios científicos que avalen esa mejoría de la que siempre hablamos. Con independencia de que sí tenemos esos estudios, de los que se da cuenta en la bibliografía, quiero poner en valor otras pruebas y justificantes que también validan el buen funcionamiento del método y los resultados que con el mismo se alcanzan, sin parangón respecto al método tradicional. Los vídeos, fotos, materiales, etc., a que hacía alusión al principio del párrafo, son algo que nunca se aporta por parte de otros métodos: las evidencias, las experiencias y el desarrollo integral de los cursos. Me explico.

Cuando hablo de **evidencias** hablo de pruebas fehacientes de que el alumnado es capaz de desarrollar aquello que predicamos que se puede hacer. No decimos en vano que los chicos realizan unas descomposiciones muy complejas, sino que mostramos cómo las hacen los niños. No es que solo afirmemos que nuestros alumnos son capaces de trabajar conceptos elevados de álgebra, sino que aparecen los niños trabajándolos. No es solo que digamos que los chicos y chicas pueden entender y realizar raíces y potencias complejas, por citar un contenido casi «maldito», sino que mostramos quién, dónde y cuándo esto se ha hecho. Son evidencias porque aparece el proceso que se sigue, los materiales que se emplean y los resultados que se alcanzan.

Las **experiencias** también las traigo a colación, porque forman la segunda gran pata de nuestro proyecto. Las experiencias validan a las evidencias. Como decía Kant, «El tiempo es la demostración de la realidad de los fenómenos». Cuando me refiero a las experiencias, hago referencia a algo que también es evidente, si se me permite el juego de palabras: las evidencias se repiten, tanto en el tiempo como en el espacio. Las evidencias aparecen a lo largo de los cursos, se repiten en el tiempo. Pero también

se repiten en el espacio, pues se desarrollan en lugares muy diferentes y que no han tenido contacto o relación entre ellos. Basta con echarle un vistazo al lugar donde se grabaron los vídeos o se originaron los materiales para constatar lo que afirmo.

El **desarrollo integral de los cursos** es la tercera pata del ABN. Este dato es muy tenido en cuenta por la gran mayoría de los docentes, por no decir todos. No se trata, por tanto, de que se muestre o se enseñe alguna técnica o una determinada forma de abordar un contenido, sino de llenar el gran hueco que se le presenta al profesor o maestro: ¿cómo lleno yo todo el año? Porque esa técnica o procedimiento puede estar muy bien, pero el asunto radica en que el horizonte temporal es de casi doscientos días de curso, y entonces, ¿cómo llego yo a esa técnica y cómo la exploto a lo largo de los días? En ABN los maestros y maestras han querido enseñar todo lo que hacen, de manera tal que se pueden seguir cursos y promociones enteras trabajando a lo largo de los años. Quiero referirme, por ejemplo, al trabajo de una de las personas a las que le he querido dedicar el libro: Eva Trujillo. Prácticamente se puede seguir a toda una promoción, durante cuatro cursos escolares, asistiendo al desarrollo del método, y comprobando cómo los alumnos, a los que se ve crecer, van alcanzando cada vez niveles más altos, hasta que muchos de ellos alcanzan la excelencia. Esta exhibición a lo largo de los días y de los años no solo se da en Primaria, sino también en Infantil, donde se puede ver cómo evolucionan los niños desde sus primeros pasos en tres años hasta el dominio que adquieren cuando acaban la etapa Infantil⁴.

He querido dedicar el libro a tres personas entrañables y que han hecho grande el ABN, si bien cada una de ellas de distinta manera.

La primera de ellas es Eva Trujillo García, Maestra y Directora del CEIP «Carlos III» de Cádiz, que nos dejó para siempre al final del curso 2023-2024. A lo largo de todo este tiempo hemos tenido bajas, pero por jubilación. Ella ha sido, de las estrechas colaboradoras, la primera que se nos ha ido. Era una persona que encarnaba en grado sumo las virtudes que anteriormente he señalado: gran inteligencia, magnífica maestra, compromiso social a prueba de bombas, generosa como pocas, y con una gran personalidad. Quiero de ella señalar solo un rasgo sobre su calidad docente. Tuve la suerte de poder acudir durante cuatro años a sus clases de ABN. Fue un privilegio haber asistido al crecimiento de los niños en todos los sentidos, desde sus 8 años hasta los 12. Pues bien, en todo ese tiempo y en las decenas y decenas de horas de asistencia jamás se produjo ninguna situación de indisciplina o de que tuviera que intervenir Eva. Le bastaba un gesto, una palabra en tono suave, una ironía cariño-

4 Véanse, por ejemplo, los canales de Conchi Bonilla y de Lucía García Martínez. <https://www.youtube.com/c/Concepci%C3%B3nBonillaArenas>
<https://www.youtube.com/@malugarma/videos>

sa. Aunque nos ha dejado, Eva vivirá años y años en nuestra memoria, y decenas y decenas de años en la memoria de sus alumnos. Descanse en paz.

La segunda es para Pedro Ingelmo Cruz, periodista y autor de artículos y reportajes que, como digo en la dedicatoria, nos han abierto muchas puertas y nos han dado a conocer... cuando nadie nos conocía. Su reportaje, ya mítico para nosotros, «Mueran las cuentas. Vivan las matemáticas» tuvo una enorme difusión y dio cuenta, por primera vez, de cómo trabajaban los niños con el nuevo método en las aulas. Ni siquiera se había bautizado el método con su nombre. Tras el mismo hubo muchos más. Y aparecieron las emisoras de radio, y canales de televisión, y periódicos y revistas... Gracias a Pedro, todo fue más comprendido y más rápido.

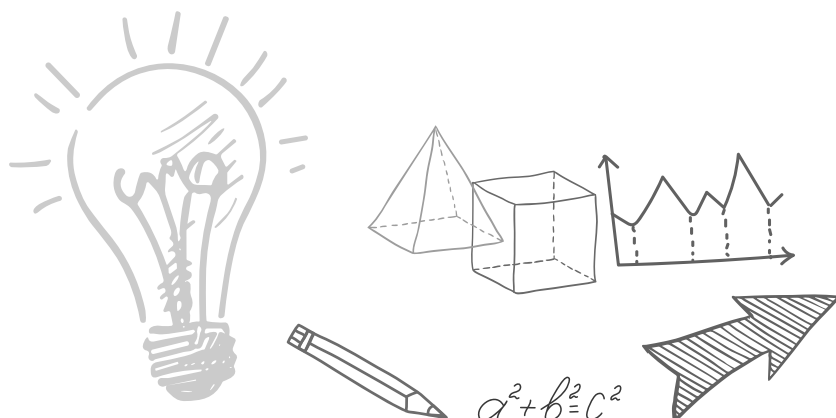
Con la dedicatoria a Sebastián Cano Fernández quiero resaltar una figura que ha influido muy positivamente en el desarrollo de la educación andaluza y, particularmente, del ABN. Fue muchos años Viceconsejero de Educación, y desde su puesto se comprometió con el método. Ha sido de las personas que más se ha involucrado en el desarrollo del mismo. Puedo asegurar, sin riesgo a equivocarme, que su ayuda, en los momentos clave, ha sido muy determinante en el éxito del método. ¿Y cuál fue? Pues que durante dos cursos me liberó de mis obligaciones como Inspector de Educación, y me pude dedicar, a tiempo pleno y con absoluta libertad, a la difusión y a la implantación en el resto de España del método. No fue esta una concesión sencilla. Le costó su trabajo y se encontró con una seria oposición, pero no cedió. Sebastián Cano, que, además, era una persona excelente en el amplio sentido de la palabra, no descubrió ni enseñó ni aportó nada en el ABN, pero hizo posible crear el contexto más favorable y establecer las condiciones necesarias para facilitar el desarrollo y la expansión del método. A mí, particularmente, me regaló el tiempo. Nada más... y nada menos.

Cádiz. Octubre de 2024.

Jaime Martínez Montero.



Enlaces a los vídeos
mencionados en las
notas a pie de página



Capítulo 6

La Educación Infantil (III). Estructura y sentido del número

1. Introducción

Para el desarrollo de un elevado sentido numérico se ha de conocer muy bien la estructura de los números. ¿Qué es eso del «sentido numérico»? Si se analiza lo que se quiere decir al hablar de sentido numérico, aparece un concepto complejo, dentro del cual habría que destacar los siguientes elementos⁶²:

- ➡ La comprensión del tamaño de los números.
- ➡ La capacidad de pensar sobre ellos.
- ➡ Saber representarlos de diferentes maneras.
- ➡ Saber identificarlos, aunque se presenten de diferentes maneras.
- ➡ Utilizarlos como referentes.
- ➡ Desarrollar intuiciones acertadas sobre las transformaciones que se efectúan en los conjuntos que se corresponden con esos números.

62 Sowder, J. T. (1988). Mental Computation and Number Comparison: ther Roles in the development of number sense and computational estimation. En Hiebert y Behr (eds). *Number concepts and operation in the Middle Grades*. Reston: NCTM, pp. 182-197.



Utilizar el conocimiento que se tiene sobre los números para razonar de forma compleja y más allá de lo rutinario: aplicar a cantidades grandes lo que se sabe hacer con cantidades más pequeñas, generalizar los razonamientos a situaciones similares, manipular los números para hacer más sencillos los cálculos, etc.

Los siete elementos que se acaban de señalar están directamente implicados en las actividades que se desarrollan en el método ABN para la comprensión de la estructura de los números. Lo es porque se trata de conocer a fondo los números, trocearlos para ver su interior, ordenarlos, compararlos, igualarlos, establecer características generales, etc. De aquí salen casi todas las piezas necesarias para construir el sentido del número.

En ABN la estructura del número se aborda desde diversas perspectivas: repartos simples, repartos complejos, ordenación de cardinales, comparaciones, igualaciones, reequilibrio de repartos, bisección de números. Se hablará de cada uno de los apartados y de los materiales más adecuados a utilizar. Dadas las características de este contenido, se va a obviar el esquema general que se sigue en cada capítulo, para centrarse más en el porqué de este tipo de ejercicios y la finalidad de los mismos.

2. Repartos simples

Se trata de repartos directos, que se hacen manipulativamente y, por tanto, se obtienen los resultados de los mismos de manera inmediata. Este tipo de repartos permite ver cómo es el número por dentro, qué otros números están comprendidos en él, de cuantas formas distintas podemos repartirlos, cuál es la señal de identidad de los números pares y los impares, etc. Los repartos son la primera base para las descomposiciones complejas que abordarán los niños posteriormente. También lo son para establecer los «amigos de un número», esto es, la pareja de números que al juntarlos obtenemos el número del que son amigos. Los que más se trabajan en ABN son los amigos del 10, que luego se convierten en los amigos del 100, y que suponen un elemento importante para el desarrollo del cálculo mental.

El material debe ser muy manipulable: palillos, caramelos, canicas, monedas, botones, tapones, etc. No se aconsejan los cubos encajables, salvo que sean pequeños.

2.1. Repartos uniformes

O en partes iguales. En ABN se trata de repartir los elementos de un conjunto en dos partes iguales⁶³, especialmente, y en tres partes. El detalle de estos repartos se puede seguir en una obra anterior de los autores⁶⁴.

63 CEIP «Isidoro Vilaplana», de Andújar (Jaén). Infantil de 5 años. Curso 2016-2017. La maestra es Teresa Fernández Espejo.

64 Martínez Montero, J., y Sánchez Cortés, C. (2023). Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en la Educación Infantil. 3ª edición. Madrid: Wolters Kluwer. Colección Cuadernos de Pedagogía, pp. 152-160.



Lo ideal es hacer esos repartos en platos o montones, puesto que interesa que las partes que se han formado queden a la vista. Reparten un número creciente de objetos, cuidando de que en cada uno de los receptores haya la misma cantidad. En el caso de los números 1 al 12 ofrece un resultado como el que sigue⁶⁵:

Nº	Número de objetos	En dos montones	Sobra
1	○		○
2	○○	○ ○	
3	○○○	○ ○	○
4	○○○○	○○ ○○	
5	○○○○○	○○ ○○	○
6	○○○○○○	○○○ ○○○	
7	○○○○○○○	○○○ ○○○	○
8	○○○○○○○○	○○○○ ○○○○	
9	○○○○○○○○○	○○○○ ○○○○	○
10	○○○○○○○○○○	○○○○○ ○○○○	
11	○○○○○○○○○○○	○○○○○ ○○○○	○
12	○○○○○○○○○○○○	○○○○○ ○○○○	

En esta tabla se han representado todos los repartos que se han realizado manualmente, con el fin de que se puedan obtener del análisis de los mismos las finalidades buscadas. Este ejercicio es clave para dos cuestiones básicas: los dobles y mitades, por un lado, y los números pares e impares.

MITADES Y DOBLES. Conviene comenzar por las mitades, que es lo primero que se puede observar. En cada recipiente o montón se ha obtenido la mitad exacta de los números 2, 4, 6, 8, 10 y 12. En los restantes números se ha obtenido una mitad

⁶⁵ Ibidem, p. 154.

aproximada, puesto que ha sobrado uno de los elementos. A la vista de la tabla es fácil contestar a la pregunta de cuál es la mitad de esos números.

¿Y los dobles? La respuesta es algo más elaborada. Para saber el doble de 2, han de buscar en la tabla las dos mitades en las que cada una de ellas sea 2 (○○). ¿En qué número están? En el 4. Pues ese número es el doble del dos. De la misma forma se pregunta por más mitades y más dobles, estableciendo así la primera relación que se establece entre los números.

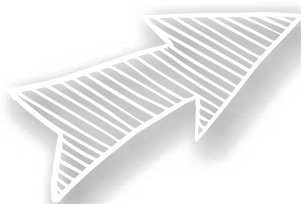
PARES E IMPARES. También se intuye fácilmente la diferencia entre pares e impares. En el reparto de 2, 4, 6, 8, 10 y 12 no sobra ningún elemento, mientras en el reparto de 1, 3, 5, 7, 9 y 11 siempre queda un elemento sin repartir. Es fácil también establecer la relación entre los números pares e impares y las mitades y los dobles. Así, los números pares tienen mitades exactas y dobles, mientras que los números impares tienen dobles, pero no mitades exactas.

No presenta dificultad la conversión de un número par en impar, y de un impar en par. Basta añadir en elemento o quitarlo. El 4 se convierte en impar añadiendo uno (5) o quitándolo (3), y el 7 se convierte en par añadiendo 1 (8) o quitándolo (6). En la recta numérica formada por los doce números se pueden colorear los pares, o los impares, y a partir del signo que los representa saber si tienen o no mitades exactas o cuál es el doble de un determinado número:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

Para hallar el doble de un número no hay más que contar hacia adelante ese mismo número. Si nos situamos en el 4 y contamos cuatro hacia adelante llegamos al 8, y si lo hacemos con el 5 llegamos hasta el 10. La mitad se halla del mismo modo, haciendo el camino inverso del realizado para hallar el doble. Se insiste: primero se halla el doble, y luego se halla la mitad de ese doble.

REPARTO EN TRES PARTES. Se sigue la misma pauta que cuando la actividad era repartir en dos partes iguales. En este caso, el resumen gráfico⁶⁶ de los repartos realizados por los alumnos es:



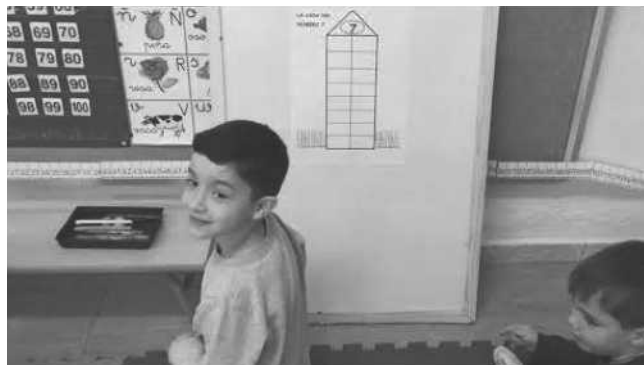
⁶⁶ Ibidem, p. 157.

Nº	Número de objetos	En tres montones	Sobra
1	○		○
2	○○		○○
3	○○○	○ ○ ○	
4	○○○○	○ ○ ○	○
5	○○○○○	○ ○ ○	○○
6	○○○○○○	○○ ○○ ○○	
7	○○○○○○○	○○ ○○ ○○	○
8	○○○○○○○○	○○ ○○ ○○	○○
9	○○○○○○○○○	○○○ ○○○ ○○○	
10	○○○○○○○○○○	○○○ ○○○ ○○○	○
11	○○○○○○○○○○○	○○○ ○○○ ○○○	○○
12	○○○○○○○○○○○○	○○○○ ○○○○ ○○○○	

La tabla siguiente compara los dos tipos de repartos. Se han sombreado los números en cuyo reparto no quedan restos. Los restos en el reparto en dos son 1-0. En tres los restos siguen la progresión 1-2-0. ¿Cuántos elementos tiene cada montón? Basta con contar desde el principio las casillas sombreadas. En la primera fila, con seis objetos obtenemos 3 por montón (2-4-6), y en la segunda fila, es con 9 cuando se obtienen tres por montón (3-6-9).

REPARTO EN DOS MONTONES.											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
REPARTO EN TRES MONTONES.											

2.2. Repartos irregulares



Son aquellos en los que el reparto se hace de manera desigual, dando cantidades diferentes a cada una de las partes. En ABN se suelen utilizar tres tipos de repartos irregulares: en dos partes, en tres partes y reparto libre también en el número de partes.

2.2.1. Reparto en dos partes

Tiene una gran importancia en ABN⁶⁷. Con él, es decir, con un reparto en el que a cada parte se le da un número distinto de elementos, se descubren los «amigos» de un número, es decir, los dos números distintos que, al unirlos, forman ese número. Si, por ejemplo, repartimos de la forma indicada 7 elementos en dos partes, obtenemos la secuencia: 6-1, 5-2, 4-3. Son las parejas de amigos del siete. Los «amigos» más importantes son los del número 10, que lo serían las siguientes parejas: 9-1, 8-2, 7-3, y 6-4. Evidentemente se puede cambiar el orden en el que aparecen los números en cada pareja. También se pueden considerar «amigos» la pareja formada por el número de elementos a repartir y el número cero (10-0 o 0-10).

Se ha de hacer especial hincapié en el caso de los amigos del diez. Son muy importantes y van a jugar un papel muy relevante en el desarrollo del cálculo mental. Hay además otra cuestión fundamental y previa: los niños tienen diez dedos, que pueden mantener levantados o doblados. Ello quiere decir que se generan los amigos del diez de manera automática tan pronto como levante uno o varios dedos, y ello con independencia de que los dedos levantados estén en una sola mano o repartidos en las dos. Si levanta 4, quedan doblados 6; si 8, los doblados son 2, etc. Se puede aprovechar también para trabajar los «amigos del 5». Es el mismo procedimiento, pero desarrollado con una sola mano.

El aprendizaje de los amigos del diez debe llegar a ser automatizado. Ayudándose con los dedos los niños lo consiguen ya en Infantil de 3 años. Una vez que se sepa bien, ya en cinco años, pasan ese conocimiento a las decenas, a los paquetes de diez. Tienen así los «amigos del cien». Cuentan para ello con los palillos, la tabla del cien y también los dedos de las manos. En este último caso basta con que cada dedo se identifique con una decena. En el caso de la tabla del cien el procedimiento no puede ser más sencillo: se cuenta desde el 100 hacia abajo el «primer amigo», y la casilla siguiente «canta» o dice el otro amigo. Pongamos un ejemplo⁶⁸: un amigo del 100 es el 30. ¿Y el otro amigo?

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Se cuentan tres decenas (30) hacia atrás:

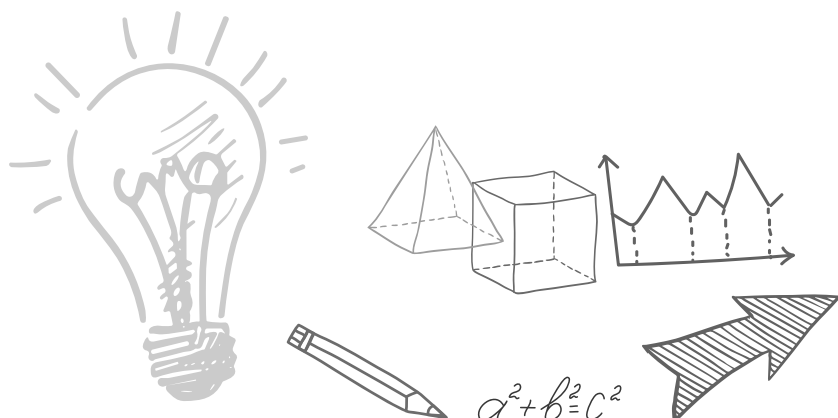
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

67 CEIP «Sagrado Corazón» de Getafe (Madrid). Infantil de 5 años. Curso 2019-2020. La maestra es Conchi Bonilla.

68 Por razones de espacio se colocan los números de las decenas en horizontal, aunque en la tabla del cien aparecen en vertical.



Enlaces a los vídeos
mencionados en las
notas a pie de página



Capítulo 18

Fracciones y números decimales en las estructuras multiplicativas

1. Introducción

El contenido del presente capítulo se aparta mucho del tratamiento que el cálculo tradicional da a las fracciones y a los decimales. ¿En qué y por qué?

En lo que se refiere a las fracciones, reparamos en el cálculo mental de las mismas, así como la relación de estas con los diversos órdenes de magnitud. Otra diferencia fundamental estriba en el tratamiento integral de la relación de las fracciones con las cantidades a las que hacen referencia. En el cálculo tradicional un problema frecuente es el establecimiento de la fracción de una cantidad. Y de ahí no se pasa. En ABN se trabaja la fracción de una cantidad, la cantidad de una fracción, y la búsqueda de cada uno de los términos de la fracción conociendo la cantidad de referencia, la cantidad de la fracción y el otro término. Donde también las diferencias son pronunciadas es en el tratamiento que se da, en uno y otro método, al valor numérico de una fracción. En ABN se estudia ese valor para conocer y diferenciar entre distintos tipos de fracciones (exactas e inexactas, y dentro de estas últimas, las periódicas puras y las periódicas mixtas), para hallar el término perdido de una fracción, conociendo el otro término, o estableciendo el papel que juega el valor numérico de una fracción en los problemas de proporcionalidad. Finalmente, nos ocupamos de forma muy exhaustiva del producto y división de fracciones. El acen-

to se pone no tanto en la resolución mecánica de estas operaciones, cuanto en la conceptualización de las mismas.

En cuanto a los números decimales, se da cuenta también de diferencias fundamentales entre los tratamientos de los dos métodos, centradas, sobre todo, en el momento de la iniciación de los alumnos en la numeración decimal, la flexibilidad a la hora de considerar los diferentes órdenes de magnitud y, por tanto, el establecimiento del mismo para la determinación del período decimal. Finalmente, hay un tratamiento muy pormenorizado sobre el producto y división con números decimales, así como el descubrimiento de patrones y regularidades en los mismos.

Aclarado el contenido del «En qué», los diversos apartados que siguen explicarán el «por qué» de los mismos.

2. Las fracciones

2.1. Introducción

En ABN se trabajan las fracciones con el objetivo de que los alumnos sean capaces de entenderlas y, por tanto, sepan resolver las operaciones y problemas en que las mismas se puedan ver envueltas. Si hacemos un contraste entre cómo se abordan determinados aspectos del tratamiento metodológico de estos contenidos en el cálculo tradicional y el método ABN, veremos unas diferencias que afectan directamente al aprendizaje conceptual de las mismas.

Cifándonos a aquellos aspectos que tienen que ver con productos y divisiones, nos vamos a centrar en tres cuestiones. En primer lugar, en la aplicación de las fracciones a cantidades concretas. En segundo lugar, a la explotación del valor numérico de las fracciones respecto a los numeradores y denominadores. En tercer y último lugar, a la determinación de tipos de problemas que afecten al producto y a la división, y sus diferencias con, sobre todo, la sustracción de fracciones.

La diferencia fundamental que se da entre el tratamiento de las fracciones de toda la vida (tradicional) y el ABN reside tanto en la explotación de los contenidos que se tratan, como de sus aspectos más conceptuales. Por poner un ejemplo, en cualquier manual escolar se trabaja el cálculo de la fracción de una cantidad. Y ya está. ¿Por qué se paran ahí? ¿Por qué no se trabaja la situación inversa, la de hallar la cantidad de una fracción? Otro ejemplo. Los alumnos aprenden a hallar el valor numérico de una fracción. Y ahí se quedan. Si saben el valor numérico de una fracción, esto les podría servir para reconstruir una fracción de la que se hubiera hecho desaparecer un término. Ahí ya no llega el cálculo tradicional. Y otro problema serio es que casi todos los alumnos saben multiplicar y dividir fracciones, pero no son capaces de idear una situación que pueda ser resuelta con estas operaciones. A veces, hasta sus propios maestros tampoco lo saben.

2.2. Dos cuestiones añadidas



¿Dónde queda el cálculo mental con las fracciones? ¿O tal vez aquí no tiene lugar? La verdad es que no tenemos demasiadas experiencias en esto, pero alguna sí que hay. En el siguiente vídeo²⁸⁰ los alumnos (prácticamente toda la clase) realizan sumas y restas de fracciones mentalmente y de forma automática. Pero si nos fijamos bien no hay nada de eso. Ellos se pronun-

cian sobre una situación que conocen muy bien: el consumo de las pizzas. Es decir, qué partes de pizza van quedando conforme se añadan o se retiren o consuman trozos (fracciones) de pizza. Como es natural, los denominadores de las fracciones que se añaden y se quitan son los habituales en las partes en que suele dividir este alimento. Ello no obsta para que algunas de las situaciones que se plantean sean bastante difíciles; pese a ello, son contestadas por los alumnos y alumnas con bastante inmediatez.

La experiencia anterior no se ha llevado a cabo con el producto y la división, entre otras cosas por la sencillez del cálculo de los mismos. En estos casos lo realmente complejo es la conceptualización de estos dos procesos. De ello nos ocuparemos en otro apartado.



Tampoco hay demasiados precedentes en establecer relaciones entre las fracciones y los órdenes de magnitud en que se estructura la numeración decimal. Una fracción encarna diversas realidades, pero en definitiva es una forma de expresar cantidades. Siendo esto así, en algún colegio quisieron poner en relación las frac-

ciones con el sistema de numeración. Los resultados están en el vídeo siguiente²⁸¹. Dado un orden de magnitud determinado, el o la alumna ha de convertirlo en fracción de los órdenes de magnitud superiores. Por ejemplo, si tiene 9 décimas, tiene 9/10 unidades, 9/100 decenas, 9/1000 centenas, etc. Los alumnos cubren todas las filas del ejercicio con acierto. Y no solo ponen la equivalencia en fracción de cualquier orden de magnitud respecto al superior, sino que también relacionan la numeración decimal, las fracciones y el sistema de numeración.

280 CEIP «Andalucía» de Cádiz. 4º de Primaria. Curso 2013-2014. La maestra es Concha Sánchez.

281 Colegio «Los Pinos» de Algeciras (Cádiz). 5º de Primaria. Curso 2021-2022.

2.3. Fracción de una cantidad... y mucho más

Si partimos del problema «En mi clase somos 24 alumnos. Los $\frac{3}{8}$ han ido al gimnasio. ¿Cuántos niños han ido al gimnasio?», una vez resuelto (se han ido al gimnasio 9 niños) nos encontramos con los siguientes datos:

a) Los 24 alumnos que tiene la clase. b) Los 8 grupos en que se ha dividido. c) Los 3 grupos que se han ido al gimnasio. d) Los 9 alumnos que se han ido al gimnasio.

A partir de esta situación, se pueden crear cuatro problemas distintos, en los que se pregunte por uno de los datos conociendo los otros tres. Por un orden lógico ligado a la naturaleza de los datos, tendríamos estos cuatro problemas:

1. «Mi clase tiene 24 alumnos. Se ha dividido en 8 grupos iguales. 3 de ellos se han ido al gimnasio. ¿Cuántos niños han ido al gimnasio?» (Fracción de una cantidad).
2. «Se ha dividido la clase en 8 grupos iguales. 3 de ellos se han ido al gimnasio. Si los niños que han ido al gimnasio son 9, ¿cuántos niños tiene mi clase?» (Cantidad de una fracción).
3. «Mi clase tiene 24 alumnos. Se ha dividido en grupos iguales, y 3 de esos grupos se han ido al gimnasio. Si son 9 los alumnos que han ido al gimnasio, ¿en cuántos grupos se ha dividido la clase?» (Búsqueda del denominador).
4. «Mi clase tiene 24 alumnos. Se ha dividido en 8 grupos iguales. Varios grupos se han ido al gimnasio. Si son 9 los alumnos que se han ido, ¿cuántos grupos, de los 8, se fueron al gimnasio?» (Búsqueda del numerador).

Con más detalle explicamos cada uno de los problemas.

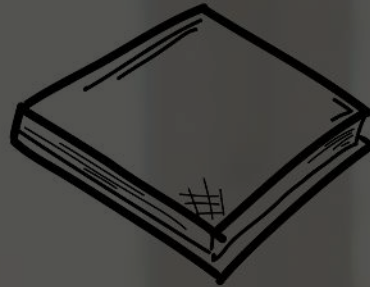
*Fracción de una cantidad*²⁸².



A esta alumna de 3º se le plantea que ha de poner 48 melocotones en 6 cestas, y de ellas se va a llevar los melocotones de 4 cestas. Se pregunta por los melocotones que se lleva. Evidentemente, el resultado son 32 melocotones.

¿Cómo lo resuelve la niña? Dibuja una tabla con seis celdas o casillas. Reparte los 48 melocotones en las mismas, y pone 8 en cada celda. Recoge los de 4 celdas y ya tiene el resultado: 32 melocotones.

²⁸² CEIP «Andalucía» de Cádiz. 3º de Primaria. Curso 2018-2019. La maestra es Concha Sánchez.



La aplicación del método ABN en las aulas ha supuesto un cambio total en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se acaban los suspensos, los rendimientos están muy por encima de lo esperado y se redescubre el talento innato de los niños para esta materia. Más de cincuenta artículos científicos, cinco tesis doctorales y casi siete mil vídeos muestran la realidad de las anteriores afirmaciones. En este libro se explican cuáles son las claves que se dan para que se produzcan tan abismales diferencias entre la forma habitual de enseñar matemáticas y la derivada del método ABN.

Los autores no se han quedado solo en explicaciones, referencias y citas. Incluyen en el libro hasta 250 vídeos, en los que se muestra a los niños y niñas haciendo lo que en el libro se dice que pueden llegar a hacer, desde el alto dominio numérico que se alcanza en Educación Infantil, hasta el aprendizaje y comprensión de contenidos propios de la Etapa que sigue a la Primaria.

$$2 \times 2 = ?$$



$$2 \times 2 = 4$$

ISBN: 978-84-9987-253-7



9 788499 872537

$$\frac{65}{12}q = (1A + \frac{4}{8}) + (10 + \frac{2}{3}q)$$
$$\frac{3}{4} = p(48 + 13C)(35 - 18q)$$
$$165 = \frac{3}{4}(\frac{p}{25} - \frac{c}{13})(88 + 122)$$



III CUADERNOS
DE PEDAGOGÍA